SMP

BERMUTU

Better Education Through Reformed Management and Universal Teacher Upgrading

KAPITA SELEKTA PEMBELAJARAN ALJABAR DI KELAS VII SMP

PPPPTK MATEMATIKA YOGYAKARTA

DEPARTEMEN PENDIDIKAN NASIONAL
DIREKTORAT JENDERAL PENINGKATAN MUTU PENDIDIK DAN TENAGA KEPENDIDIKAN

PUSAT PENGEMBANGAN DAN PEMBERDAYAAN PENDIDIK DAN TENAGA KEPENDIDIKAN MATEMATIKA

Modul Matematika SMP Program BERMUTU

KAPITA SELEKTA PEMBELAJARAN ALJABAR DI KELAS VII SMP

Penulis:
Al Krismanto

Penilai:
Moch. Chotim
Rudi

Editor:
Hanan WS

Lay out:
Miskam

Departemen Pendidikan Nasional
Direktorat Jenderal Peningkatan Mutu Pendidik dan Tenaga Kependidikan
Pusat Pengembangan dan Pemberdayaan Pendidik dan Tenaga Kependidikan (PPPPTK) Matematika
2009

KATA PENGANTAR

Puji syukur kita panjatkan ke hadirat Tuhan Yang Maha Esa karena atas bimbingan-Nya akhirnya PPPPTK Matematika dapat mewujudkan modul program BERMUTU untuk mata pelajaran matematika SD sebanyak sembilan judul dan SMP sebanyak sebelas judul. Modul ini akan dimanfaatkan oleh para guru dalam kegiatan di KKG dan MGMP. Kami mengucapkan terima kasih yang tak terhingga kepada semua pihak yang telah membantu terwujudnya modul-modul tersebut.

Penyusunan modul melibatkan beberapa unsur yaitu PPPPTK Matematika, LPMP, LPTK, Guru SD dan Guru Matematika SMP. Proses penyusunan modul diawali dengan *workshop* yang menghasilkan kesepakatan tentang judul, penulis, penekanan isi (tema) modul, sistematika penulisan, garis besar isi atau muatan tiap bab, dan garis besar isi saran cara pemanfaatan tiap judul modul di KKG dan MGMP. *Workshop* dilanjutkan dengan rapat kerja teknis penulisan dan penilaian *draft* modul yang kemudian diakhiri rapat kerja teknis finalisasi modul dengan fokus *editing* dan *layouting* modul.

Semoga duapuluh judul modul tersebut dapat bermanfaat optimal dalam memfasilitasi kegiatan para guru SD dan SMP di KKG dan MGMP, khususnya KKG dan MGMP yang mengikuti program BERMUTU sehingga dapat meningkatkan kinerja para guru dan kualitas pengelolaan pembelajaran matematika di SD dan SMP.

Tidak ada gading yang tak retak. Saran dan kritik yang membangun terkait modul dapat disampaikan ke PPPPTK Matematika dengan alamat email *p4tkmatematika@yahoo.com* atau alamat surat: PPPPTK Matematika, Jalan Kaliurang Km 6 Condongcatur, Depok, Sleman, D.I. Yogyakarta atau Kotak Pos 31 Yk-Bs 55281 atau telepon (0274) 881717, 885725 atau nomor faksimili: (0274) 885752.

Sleman, Oktober 2009

a.n. Kepala PPPPTK Matematika

Kepala Bidang Program dan Informasi

Winarno, M.Sc.

NIP 195404081978101001

DAFTAR ISI

BAB I
PENDAHULUAN

A. Latar Belakang

Aljabar merupakan bahasa simbol dan relasi (Johnson dan Rising, 1972**:** 3). Aljabar digunakan untuk memecahkan masalah sehari-hari. Dengan bahasa simbol, dari relasi-relasi yang muncul, masalah-masalah dipecahkan secara sederhana. Bahkan untuk hal-hal tertentu ada algoritma-algoritma yang mudah diikuti dalam rangka memecahkan masalah simbolik itu, yang pada saatnya nanti dikembalikan kepada masalah sehari-hari. Jadi belajar aljabar bukan semata-mata belajar tentang simbol atau keabstrakannya, melainkan belajar tentang masalah sehari-hari.

Kenyataan menunjukkan, bahwa salah satu kesulitan yang banyak dialami siswa dalam pembelajaran matematika adalah menyelesaikan soal cerita. Soal semacam ini memuat kalimat sehari-hari yang perlu diolah lebih dahulu untuk memecahkan masalahnya. Di lain pihak, siswa banyak mengandalkan rumus. Rumus-rumus oleh banyak siswa dianggap paling penting dalam matematika. Dianggap demikian karena terpengaruh oleh sebagian besar buku mata pelajaran matematika berisi uraian, contoh, dan soal-soal tentang penggunaan prosedur maupun rumus-rumus matematika. Sering terjadi, begitu ada soal, siswa mencari rumus lebih dahulu. Sering tidak disadari bahwa rumus tidak memiliki arti dalam kehidupan sehari-hari tanpa tahu makna rumus itu, dan dalam konteks mana rumus itu digunakan. Hafal rumus tidak ada artinya jika soal cerita belum diubah menjadi suatu kalimat matematika yang secara langsung terkait dengan rumus maupun prosedur penyelesaian suatu masalah.

Ketika SD, siswa telah mempelajari aritmetika atau ilmu hitung. Lambang bilangan menggunakan angka-angka yang dengan langsung siswa sering dapat membayangkan seberapa besar yang dilambangkan itu, atau paling tidak murid dapat mengenalinya sebagai bilangan tertentu. Karena bahasa aljabar menggunakan simbol yang bukan hanya angka melainkan juga huruf, maka **bentuk aljabar** yang mulai dipelajari di kelas I SMP, peralihan dari hanya angka ke angka dan huruf, sungguh merupakan bagian yang sangat perlu dipahami siswa. Dengan kata lain, pembelajaran bentuk aljabar yang diawali dengan pengenalan variabel perlu memperoleh perhatian. Membedakan $2x$ dengan x^2, memahami $2 \times x$ dan dilambangkan $2x$ yang sama dengan $x + x$, memahami $2x^3$ bernilai 16 (dan bukan 64) untuk $x = 2$ merupakan awal yang tidak mudah bagi kebanyakan siswa.

Kompetensi siswa dalam memahami, kemudian menyusun bentuk aljabar dan selanjutnya merelasikan bentuk aljabar yang tersusun menjadi kalimat atau **model matematika**, merupakan prasyarat siswa untuk mampu atau kompeten dalam menyelesaikan masalah verbal baik yang menyangkut persamaan, pertidaksamaan, fungsi, maupun pengembangannya. Kemampuan dasar ini perlu mendapatkan perhatian atau penanganan sebelum masuk ke persamaan, pertidaksamaan, dan ke fungsi dalam aljabar. Kemampuan dasar itu dapat digali dari **pengalaman belajar** siswa.

Pengubahan dari soal cerita atau masalah verbal ke kalimat terbuka inilah yang kiranya menjadi salah satu kesulitan siswa. Kesulitannya tidak hanya dalam masalah kebahasaan yang menyangkut interpretasi suatu kalimat, namun juga kesulitan dalam penuangannya ke dalam bentuk simbol yang memiliki makna terkait dengan suatu masalah.

Pengubahan ke simbol dan rangkaian simbol yang diantaranya merupakan bentuk aljabar, sebagai suatu ungkapan matematis dari suatu pernyataan keseharian, dan sebaliknya dari ungkapan matematis ke bahasa sehari-hari kurang dikuasai siswa karena latihan transformasi dari bentuk satu ke bentuk lain tersebut kurang. Bahkan, banyak buku penunjang yang digunakan di sekolah tidak memuat latihan dasar tentang hal ini. Di samping itu, penguasaan bentuk aljabar kurang memperoleh porsi cukup. Booth (1984**:** 22) mendapatkan kenyataan bahwa kesulitan tersebut dapat berakar dari cara pandang siswa terhadap variabel berupa huruf dalam aljabar. Banyak siswa masih ”rancu” dengan menganggap huruf yang merepresentasikan bilangan dipandang sebagai huruf yang merepresentasikan objek atau benda, di samping sering memandang huruf sebagai representasi satu macam bilangan.

Lebih lanjut dari permasalahan di atas, dan yang masih merupakan masalah-masalah di tingkat dasar namun sangat berpengaruh dalam perjalanan siswa mempelajari aljabar adalah masalah relasi. Relasi di sini menyangkut relasi antara bentuk aljabar yang tercakup dalam persamaan atau pertidaksamaan. Permasalahan relasi yang menyangkut persamaan dan pertidaksamaan di samping penyelesaiannya sendiri, menyangkut pula bagaimana membentuknya dari suatu ungkapan verbal. Hal ini terkait dengan uraian awal dari bentuk aljabar dan kelanjutannya. Sedangkan persamaan dan pertidaksamaan yang akan dibahas pada tulisan ini baru dan hanya menyangkut persamaan dan pertidaksamaan linear satu variabel. Jika hanya sedikit menyangkut sistem persamaan linear, hal itu terjadi karena terkait dengan penyusunan model matematika suatu masalah.

Salah satu kesulitan lain yang dialami banyak siswa adalah masalah yang menyangkut perbandingan. Masalah pertama di sini ialah membedakan apakah soal yang mereka hadapi termasuk perbandingan senilai atau berbalik nilai. Masalah berikutnya ialah menyusun bentuk aljabar yang bersangkutan dengan masalah itu dan menyelesaikannya.

Kesulitan awal tersebut diantaranya terkait dengan strategi pembelajaran yang dikembangkan atau teknik untuk memberikan landasan bagaimana menentukan jenis perbandingan tersebut. Karena masalah perbandingan dapat diselesaikan menggunakan aritmetika maupun aljabar, sesuai dengan tuntutan kompetensi dasarnya, dalam modul ini disajikan alternatif pembelajaran perbandingan tersebut dan dikemas dengan mengutamakan pembelajaran aljabar.

Tulisan ini berusaha memberikan solusi terhadap masalah-masalah tersebut di atas dari komponen kesulitan dasarnya.

B. Tujuan Penulisan

Modul ini bertujuan agar para pembaca, khususnya para anggota MGMP Matematika SMP, lebih memahami permasalahan dasar-dasar aljabar dan alternatif cara mengatasinya, serta mampu mengembangkan pembelajaran matematika yang sesuai tuntutan kompetensinya, khususnya yang terkait dengan ketercapaian kompetensi siswa dalam:

1. melakukan operasi pada bentuk aljabar,
2. mengenali bentuk aljabar dan unsur-unsurnya,
3. melakukan operasi pada bentuk aljabar,
4. membuat model matematika dari masalah yang berkaitan dengan persamaan dan pertidaksamaan linear satu variabel,
5. menyelesaikan model matematika dari masalah yang berkaitan dengan persamaan dan pertidaksamaan linear satu variabel, dan
6. menyelesaikan masalah perbandingan menggunakan aljabar.

C. Ruang Lingkup Penulisan

Bahan ini memuat**:**

1. Pengertian Dasar dalam Aljabar dan Permasalahan Pembelajarannya

   Bagian ini utamanya mengingatkan kembali konsep dan pengetahuan dasar lain dalam aljabar beserta masalah pembelajaran dan alternatif mengatasinya.

2. Menyusun Model Matematika dalam Memecahkan Masalah Verbal dan Pembelajarannya

   Contoh bahasannya masih di sekitar persamaan/pertidaksamaan linear yang ternyata di kemudian hari menjadi dasar dari pemecahan masalah matematika. Dalam bagian ini disajikan strategi pembelajaran dalam memahami dan menyusun Model Matematika.

3. Menyelesaikan masalah perbandingan

   Bagian ini membahas alternatif strategi pembelajaran dalam menentukan jenis perbandingan dan penyelesaian masalah perbandingan.

D. Saran Cara Pemanfaatan Modul

Modul ini merupakan modul yang berisi dasar-dasar aljabar, penyusunan model pembelajaran dari suatu masalah, dan penyelesaiaan serta pembelajarannya. Untuk memahaminya, selain membaca dan mendiskusikannya dengan teman-teman di MGMP, perlu dicobakan, kemudian mencari contoh-contoh lain agar alternatif saran yang ditawarkan dapat diolah kembali dan dikembangkan. Tugas hendaknya dikerjakan dan kemudian dipertukarkan dengan teman dalam MGMP agar pendapat dan komentar dapat saling memberdayakan, di samping memperbaiki saran yang ditawarkan dalam modul ini. Kejujuran teman "satu tim" dan keterbukaan setiap anggota tim dalam memberikan komentar dan penilaian sangat membantu untuk meningkatkan kompetensi anggota MGMP. Jika teman dalam MGMP memberikan nilai minimal 75% dari hasil jawaban Anda, maka Anda dianggap sudah memahami modul ini.

Bagi siapapun yang ingin memberikan saran perbaikan modul ini atau ingin berkomunikasi tentang bahan ini atau yang terkait, dapat berhubungan melalui:

1. PPPPTK Matematika, dengan alamat *e-mail*: *p4tkmatematika@yahoo.com*, dan alamat *website*: *www.p4tkmatematika.com*, atau
2. *e-mail* penulis, dengan alamat: *kristemulawak@yahoo.co.id*

BAB II

PENGERTIAN DASAR DALAM ALJABAR DAN PERMASALAHAN PEMBELAJARANNYA

Pada bab ini Anda akan mempelajari tentang pengertian-pengertian dasar aljabar dan pembelajarannya.

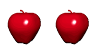
Setelah mempelajari bab ini, diharapkan para pembaca/guru matematika dapat:

1. menjelaskan pengertian-pengertian dasar dalam Aljabar dengan tidak menimbulkan salah konsep, dan
2. membelajarkan siswa untuk menggunakan pengertian-pengertian dasar dan kesepakatan-kesepakatan dalam aljabar dengan tepat.

Untuk membantu Anda agar menguasai kemampuan tersebut, pembahasan bab ini dikemas dalam 2 (dua) kegiatan belajar (KB) sebagai berikut.

1. Kegiatan Belajar-1: Beberapa Pengertian Dasar dalam Aljabar dan Pembelajarannya.
2. Kegiatan Belajar-2: Kalimat Terbuka dan Beberapa Masalah Pembelajarannya.

A. Kegiatan Belajar-1: Beberapa Pengertian Dasar dalam Aljabar dan Pembelajarannya

Misalkan Anda setuju seseorang menggambarkan $2a + 3a = 5a$ dengan 2 apel + 3 apel = 5 apel atau dengan gambar:  ditambah  menjadi .

Bagaimana cara Anda menggambarkan a^2? Bagaimana pula cara menggambarkan $\sqrt{a}$?

1. Dari Aritmetika ke Aljabar

Dalam aritmetika dikenal dua operasi biner (operasi antara dua bilangan) dasar beserta inversnya**,** yaitu:
”penjumlahan dan pengurangan” dan ”perkalian dan pembagian”.

Dalam suatu operasi hitung, penjumlahan dan pengurangan dilakukan ”sesuai urutan” bilangan yang dioperasikan. Dikatakan bahwa penjumlahan dan pengurangan “sama kuat”. Demikian pula, perkalian dan pembagian sama kuat, namun perkalian dan pembagian didahulukan (“lebih kuat”) daripada penjumlahan maupun pengurangan.

Di samping itu, perpangkatan dan penarikan akar merupakan operasi bilangan terhadap diri sendiri (operasi unar). Dalam melakukan perhitungan dengan operasi hitung campuran, perpangkatan dan penarikan akar memiliki kekuatan yang sama pula, dan merupakan operasi yang lebih kuat daripada keempat operasi yang telah disebut sebelumnya.

Di samping operasi-operasi tersebut, “sepasang tanda kurung” merupakan lambang yang mengingatkan bahwa operasi yang ada di dalamnya harus dilakukan terlebih dahulu, mendahului keenam operasi yang disebutkan di atas. Jika ada lebih dari satu pasang tanda kurung, maka yang dioperasikan terlebih dahulu adalah operasi dalam pasangan kurung paling dalam. Operasi pembagian yang dinyatakan dengan adanya pembilang dan penyebut setara dengan adanya tanda kurung ini.

Contoh 1.

a. $10 - 2 + 7 = 8 + 7 = 15$;
b. $10 + 2 \times 3 = 10 + 6 = 16$, bukan $12 \times 3 = 36$ seperti yang dihasilkan pada kalkulator basic/sederhana;
c. $10 - 2 + 3 = 8 + 3 = 11$, bukan $10 - 5$ seperti pernah diberlakukan;
d. $2 \times 3^2 = 2 \times 9 = 18$, bukan 6^2;
e. $3 + 2 \times \frac{12+3}{1+4} = 3 + 2 \times \frac{15}{5} = 3 + 2 \times 3 = 3 + 6 = 9$; dan

f. $100 - 2 \times 6^2 + 3(12 - 5)$, urutan langkah dasar untuk menentukan nilainya adalah

$$= 100 - 2 \times 6^2 + 3 \times 7$$
$$= 100 - 2 \times 36 + 21$$
$$= 100 - 72 + 21$$
$$= 28 + 21$$
$$= 49.$$

Penguasaan tentang kesepakatan-kesepakatan merupakan bekal awal siswa yang memasuki jenjang pendidikan SMP, yaitu peralihan awal dari "*number sense*" ke "*symbol sense*". Di SD, bilangan disimbolkan dengan angka, dan sejak di SMP, bilangan disimbolkan dengan angka, huruf, atau simbol lainnya. Dengan angka misalnya 3 siswa dengan mudah membayangkan seberapa besar atau banyak "3" itu, apapun benda yang diwakili banyaknya. Namun tidak mudah dengan simbol, misalnya seberapa banyak a buah kelereng, dan apa pula makna $2a$ buah kelereng.

Yang perlu diingatkan kepada siswa SMP adalah, bahwa "3" dan "x" atau "a", semuanya merupakan simbol atau lambang bilangan, bukan lambang benda. Mengoperasikan bilangan yang dilambangkan dengan huruf tidak jauh berbeda dengan yang telah dimiliki pengalamannya oleh siswa dalam operasi bilangan yang dilambangkan dengan angka. Di sisi lain, yang perlu diingat guru adalah bagaimana memberikan pengalaman belajar dengan menyatakan "a" sebagai objek atau benda akan menjerumuskan siswa ke berbagai bentuk kesalahan lain dalam matematika.

Ambillah contoh $2a + 3a = 5a$ yang digambarkan dengan 2 apel ditambah 3 apel sama dengan 5 apel. Jika demikian, apa makna a^2 dan $\sqrt{a}$?

Dua buah apel bukan berarti perkalian antara 2 dan apel karena benda tidak dapat dioperasikan dengan perkalian, tetapi $2a$ adalah penulisan singkat dari $2 \times a$ atau $2.a$, dan a melambangkan bilangan. Perbedaan makna inilah yang perlu ditekankan mulai awal pembelajaran yang berkenaan dengan variabel.

Memberikan makna $2a + 3a = 5a$ bukan berarti menambah 2 apel dengan 3 apel, melainkan misalnya 2 kotak berisi apel ditambah 3 kotak berisi apel, sehingga jumlah kotaknya menjadi 5 buah. Jika setiap kotak berisi 10 buah apel, maka jumlah apel seluruhnya adalah $5 \times 10 = 50$ buah apel. Hal ini akan dibahas pada butir 2 bab ini.

Aljabar akan dikuasai siswa hanya bila konsep-konsep dasar aritmetika dikuasai dengan baik dan penjelasan mengenai konsep maupun kesepakatan dilatarbelakangi dengan pengalaman belajar yang dimiliki siswa atas hal-hal yang fundamental. Memang penting bagi siswa untuk dengan dapat cepat menentukan hasil operasi bilangan, misalnya 12×25. Bukan menghafal, tetapi memahami bahwa $12 \times 25 = 3 \times (4 \times 25) = 300$ jauh lebih penting untuk pengembangan panalarannya. Hal itu dikarenakan cara tersebut dapat dikembangkan ke berbagai situasi, seperti dikemukakan Orton (1987**:** 145) "*…It is… too easy to teach without paying due attention to linking algorithm in a meaningful way to existing knowledge. Without such links the algorithm will be learned by rote, will be easily forgotten, and will not promote flexibility of thinking*". Sifat asosiatif tidak sekedar dihafal, tetapi digunakan.

Karena itu memberikan pengalaman belajar siswa tentang konsep-konsep, prinsip atau sifat, dan kesepakatan-kesepakatan merupakan langkah yang penting dalam setiap pengembangan pembelajaran aljabar.

2. Beberapa Pengertian Dasar Aljabar dan Pembelajarannya

Salah satu aspek belajar aljabar di SMP adalah belajar tentang operasi bilangan dan sifat-sifatnya beserta relasi antar bilangan-bilangan tersebut dalam bahasa simbol yang berupa angka, huruf, atau notasi lainnya. Komunikasi dengan simbol merupakan suatu bentuk bahasa. Karena itu belajar aljabar dapat dipandang sebagai belajar bahasa simbol dan relasi antar bilangan. Jadi perlu dipahami konsep dan kesepakatan-kesepakatan dasar yang digunakan dalam bahasa matematika, yaitu aljabar. Berikut ini beberapa hal yang perlu dipahami oleh siapapun yang belajar aljabar.

a. Variabel

1) Pengertian

Mueller (1981), dalam bukunya pada bagian *Some Algebraic Terminology* menyatakan bahwa *"A symbol that represents any of the numbers in some specified set is called a variabel"*, sementara Keedy *et.al.* (1984) menyatakan**,** "*A letter that can be replaced by different number is called a variabels"*, dan Williams (1992) menyatakan bahwa "*.. in algebra, variabels are symbols that are used to represent unspecified numbers"*.

Jika ketiganya menyatakan bahwa variabel memuat pengertian "sebarang bilangan", Buttler dan Wren (1960**:** 320) menyatakan bahwa " *a variabel is a symbol that may present any element from a specified set of elements call its domain, or replacement set"*. Abrahamson dan Gray (1971**:**6) menyatakan bahwa "*A variabel x with given set A for range is a symbol (in this case x, …) for which we may substitute the name of any member of the set A"*. Senada dengan hal tersebut Gellert dkk. (1975**:** 40) dalam *The VNR Concise Encyclopedia of Mathematics* menyatakan variabel sebagai berikut**:** "*variables, which are usually represented by letters, represent an empty space into which an arbitrary element (or its symbol) from a fixed set can be substituted*". Gambaran variabel sebagai suatu ruang kosong yang ke dalamnya dapat diisikan elemen atau simbolnya dari himpunan (semesta) tertentu, kiranya merupakan salah satu ungkapan yang dalam pembelajarannya dapat digunakan guru agar siswa memahaminya. Tiga pernyataan terakhir di atas menunjuk tidak semata-mata bilangan.

Dengan demikian, dapat dinyatakan bahwa variabel (peubah) adalah sebuah lambang/simbol atau gabungan simbol yang mewakili (menunjuk pada; *designate*) sebarang anggota pada suatu himpunan semesta. Tentunya, macam anggota tergantung himpunan semesta atau domainnya.

Jika dalam pembelajaran aljabar di SMP yang dibahas, atau semestanya, adalah bilangan, maka dapat dinyatakan bahwa variabel adalah simbol (atau gabungan simbol) yang menunjuk pada sebarang bilangan dalam himpunan semestanya, seperti dinyatakan oleh Mueller maupun Keedy dan Bittinger tersebut di atas.

2) Masalah dan Alternatif Pembelajarannya

Salah satu sumber penyebab kesulitan siswa dalam aljabar adalah masalah interpretasi terhadap huruf. Salah satu kesalahan persepsi yaitu bahwa huruf dipandang sebagai objek, bukan mewakili bilangan, dan huruf juga sering dianggap melambangkan satu bilangan tertentu (Booth, 1984**:** 102). Karena itu, dalam pembelajaran aljabar, lebih-lebih pada masa-masa awal kemudian berlanjut pada interpretasi kontekstual, makna variabel seperti dikemukakan di atas senantiasa perlu diberikan porsi tekanan yang cukup. Demikian pula tentang kesepakatan dan makna lambang perlu mendapatkan perhatian guru.

Sering terjadi pula, kesulitan interpretasi disebabkan kurang pahamnya siswa atas kesepakatan-kesepakatan (konvensi), yang oleh guru dianggap sudah dimengerti oleh siswa dengan sendirinya. Sebagai contoh 5 + 5 = 2 × 5 = 10. Tetapi mengapa $p+p$ hanya ditulis $2p$, tidak selalu $2 \times p$? Jika 34 dapat berarti 30 + 4, mengapa $3p$ mempunyai makna lain? Banyak hal lain yang terkait dengan kesepakatan-kesepakatan yang berbeda arti dalam konteks berbeda perlu diberikan "berkali-kali" dalam kesempatan yang mungkin.

Pencecaran (*drill*) diperlukan dalam memahami berbagai materi pembelajaran (Cooney, Davis, dan Henderson, 1975**:** 174), termasuk fakta antara lain yang berupa kesepakatan. Karena itu, salah satu cara memahami makna variabel adalah melalui pelatihan substitusi dalam berbagai bentuk sajian. Misalnya, berapakah nilai dari:

(i) $x + 2$	(iii) $2x$	(v) $2x^2$
(ii) $2 - x$	(iv) x^2	vi) $-x^2$

untuk $x = 2, 3, 4, 5, 2\frac{1}{2}, -1, -2, -3$, dan $-2\frac{1}{2}$

Kemudian dilanjutkan dengan adanya dua (atau lebih variabel). Sebagai contoh siswa diminta untuk menentukan nilai dari**:**

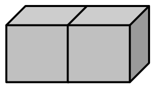
(i) $x + y$	(iii) $2x + \mathrm{y}$	(v) $x^2 + \mathrm{y}^2$
(ii) xy	(iv) $2(x + \mathrm{y})$	(vi) $(x + \mathrm{y})^2$

untuk $x = 2$, $y = 3$; $x = 4$, $y = 5$; $x = 5$, $y = -3$; dan $x = -3$, $y = 5$.

Latihan untuk masing-masing nomor di atas juga masih perlu divariasikan huruf dan angkanya. Permasalahnya yaitu menyangkut pengertian dan pembelajarannya. Untuk tingkat SMP, yang banyak dipelajari adalah variabel yang domainnya adalah bilangan (lihat Mueller, Keedy. dkk, dan Williams pada awal pasal ini). Namun, sering ditemukan bahwa dalam pembelajarannya, pengandaian variabel bukan dalam bilangan melainkan benda, seperti dikemukakan di atas yang menjelaskan variabel *a* sebagai apel dan bukan banyak apel. Memang tidak salah, bahwa 2 apel ditambah 3 apel jumlahnya 5 apel. Namun dalam hal ini apel bukan variabel. Ia tidak dapat diganti dengan bilangan manapun.

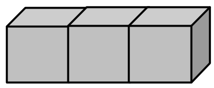
Jika kita ingin membelajarkan variabel kepada siswa secara kontekstual dan mengaitkan misalnya variabel *a* itu dengan apel (dalam semesta himpunan bilangan cacah), maka ***bukan digambarkan a sebagai apel,*** melainkan dapat dipilih menggambarkan *a* sebagai sejumlah apel dalam satu kotak berbentuk kubus atau harga *a* buah apel. Pada konteks lain mungkin *a* menyatakan harga sebuah apel. Dengan kotak berbentuk kubus itu yang menggambarkan *a,* atau *a* sebagai harga sebuah apel, diharapkan permisalan semacam ini lebih mudah dipahami dalam kaitannya dengan subtitusi.

$2a$ menggambarkan dua kotak apel (ukuran kotaknya sama), sehingga jika satu kotak berisi 100 buah apel (yang berukuran sama), dalam dua kotak itu seluruhnya ada 2×100 buah apel (atau dari $100 + 100$).

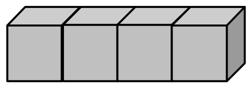


Demikianlah maka dengan tanya jawab diharapkan siswa paham bahwa:

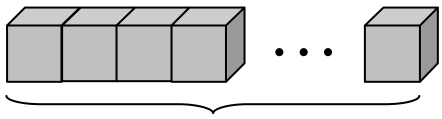
$3a$ digambarkan dengan:



$4a$ digambarkan dengan:

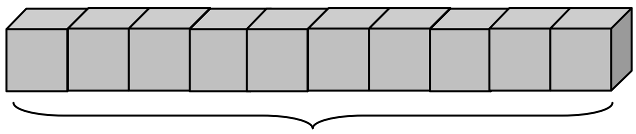


a^2 digambarkan dengan:



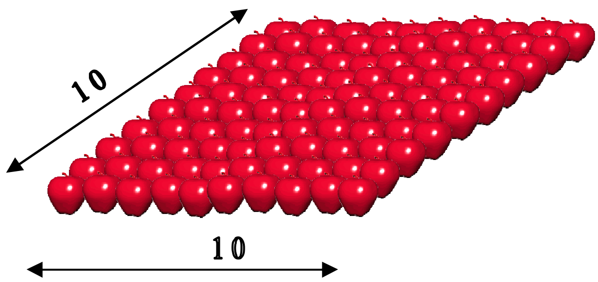
sebanyak a kotak

Jika a bernilai 10, maka gambarannya adalah:

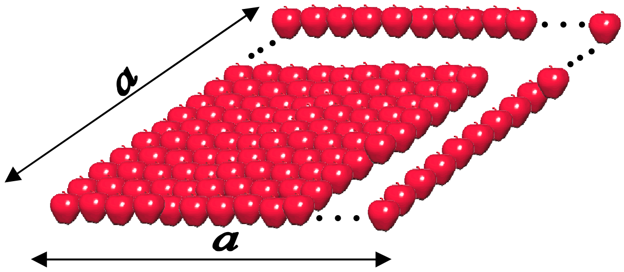


sebanyak a (= 10) kotak masing-masing berisi 10 (apel)
Isi seluruhnya adalah $10 \times 10 = 100$

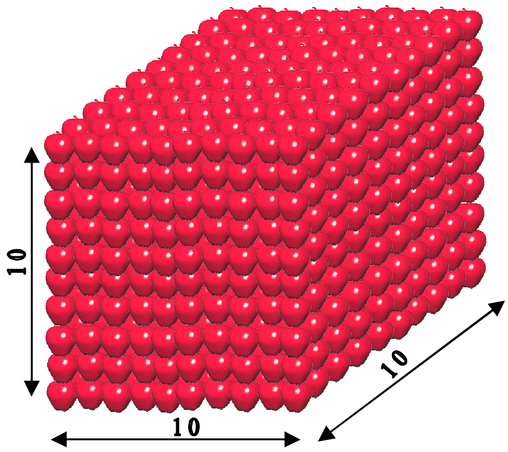
Jika kotaknya dibuka dan isinya dikeluarkan, isinya dapat ditata seperti berikut.



Jadi, dalam menghitung a^2 dalam konteks apel seperti di atas dapat digambarkan dengan menata apel tersebut sebanyak a ke arah kiri-kanan dan juga sebanyak a ke arah belakang.

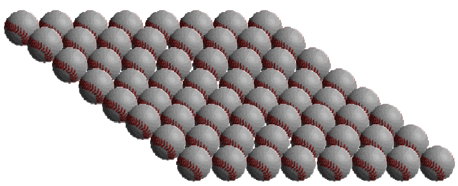


Selanjutnya, a^3 dengan a = 10 (buah apel) dapat digambarkan seperti gambar di bawah ini. Perhatikan, bahwa a menyatakan **banyak apel** dan **bukan buah** apelnya sendiri!



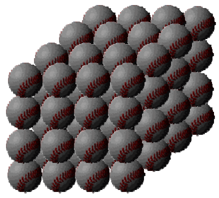
Bagaimana tentang $\sqrt{b}$?

Siswa dapat diberikan gambaran bahwa jika b bernilai 64, dapat digambarkan adanya 64 buah bola yang ditata sama banyak ke kedua arah, mendatar (kiri-kanan) dan ke belakang**,** masing-masing sebanyak 8 bola ke kiri-kanan dan 8 bola ke belakang.



$\sqrt{b}$ menggambarkan banyak bola ke satu arah.

Bentuk $\sqrt[3]{b}$ dengan b = 64 dapat digambarkan berupa 64 buah bola yang ditata ke arah mendatar, belakang, dan arah tegak sama banyak. Itu terjadi jika penataannya sebagai berikut.



Jadi dengan $b = 64$, $\sqrt[3]{b} = 4$, karena banyak bola yang sama ke setiap arahnya adalah 4.

Yang sangat penting dan perlu ditekankan adalah bahwa dalam hal yang dipelajari ketika SMP, **variabelnya** bukan **benda** melainkan **bilangan** yang menyatakan banyaknya atau ”nilai” bendanya.

Seringkali untuk menyatakan variabel digunakan huruf-huruf akhir pada susunan abjad, misalnya *x*, *y,* dan *z*. Namun tidak tertutup kemungkinan memilih huruf-huruf lainnya, terutama dalam upaya untuk memudahkan mengingat kaitan variabel itu dengan ukuran yang dilambangkannya. Misalnya tinggi pohon dilambangkan *t* meter, panjang persegi panjang dilambangkan *p* cm.

Dalam geometri, panjang sisi-sisi segitiga *ABC* yang berhadapan dengan sudut *A*, *B*, dan *C* dinyatakan berturut-turut dengan *a*, *b,* dan *c* satuan panjang. Sekali lagi perlu diingat, bahwa di sini ***a*, *b***, dan ***c*** menyatakan bilangan yang terkait dengan ukuran panjang, **bukan nama sisi segitiga**.

b. Konstanta

Konstanta adalah sebuah lambang/simbol atau gabungan simbol yang mewakili (menunjuk pada; *designate*) anggota tertentu pada suatu semesta pembicaraan. Dalam hal ini Buttler dan Wren (1960**:** 320) menyatakan bahwa “*A constant is a symbol used to represent a fixed value during a particular discussion*”.

Jika dalam pembelajaran aljabar di SMP materi yang dibahas atau semestanya adalah bilangan, maka secara terbatas dapat dinyatakan bahwa konstanta adalah simbol (atau gabungan simbol) yang menunjuk pada bilangan tertentu dalam himpunan semestanya.

Contoh**:** 0, 1, 2 –1, $\frac{1}{2}$, $\sqrt{5}$, dan π menunjuk bilangan tertentu.

Huruf-huruf a, c, dan k dapat digunakan untuk menyatakan sebuah konstanta. Misalnya dalam bentuk aljabar $ax^2 + bx + c$, huruf a, b, dan c menyatakan bilangan tertentu. Jadi, a, b, dan c merupakan konstanta.

Lambang variabel dan konstanta kadang tidak jelas jika hal itu terjadi pada sebuah ungkapan matematis seperti dalam bentuk persamaan garis $y = ax + b$ dan bentuk kuadrat di atas. Jika demikian, maka umumnya dipilih huruf-huruf **akhir** abjad sebagai variabel dan lainnya sebagai konstanta. Dalam banyak hal, ”umumnya” tersebut tidak selalu dilakukan. Sering guru kurang memahami bahwa siswa sungguh tidak dapat membedakan mana konstanta mana variabel. **Sejak awal** guru harus menyatakannya, mana konstanta dan mana variabel jika terjadi pada persamaan garis tersebut.

Untuk menuliskan berbagai konstanta yang termuat dalam bentuk aljabar tertentu, seringkali digunakan “indeks”, misalnya**:** a_1, b_1, c_1, a_2, b_2, c_2, a_3' b_3, dan c_3 adalah konstanta dalam**:** $a_1x^2 + b_1x + c_1$, $a_2x^2 + b_2x + c_2$, dan $a_3x^2 + b_3x + c_3$.

c. Ekspresi *(expression*; ungkapan) Bentuk Aljabar

Simbol-simbol, baik berupa angka maupun huruf dapat digunakan untuk melambangkan bilangan. Pada bilangan, dapat dikenakan operasi**:** penjumlahan, pengurangan, perkalian, pembagian, perpangkatan, maupun penarikan akar. Oleh karena itu, lambang operasi hitung dapat dikenakan pada konstanta maupun variabel.

Semua angka dan semua huruf atau gabungannya menyatakan suatu ekspresi (ungkapan). Demikian juga penjumlahan, pengurangan, perkalian, pembagian dari dua ekspresi, serta pemangkatan dan penarikan akar dari sebuah, dua, atau lebih ekspresi merupakan ekspresi pula. Pembagian dengan 0 (nol) dan penarikan akar berderajat genap dari bilangan negatif, dikecualikan dari hal di atas. Dalam bahasa aljabar, ekspresi juga dikenal sebagai **bentuk aljabar** (*algebraic expression*)**.** Pada suatu bentuk aljabar dalam x, variabel dalam bentuk aljabar itu adalah x, yang lain bukan variabel.

Contoh bentuk aljabar**:** 5; $\frac{4}{17}$; a; $2a$, a^2, $5x$; $a + b$; $5(a + b)$; $\frac{2x+3}{4}$; dan $\sqrt[3]{a}$.

1) Operasi Bentuk Aljabar

Bentuk aljabar dapat dioperasikan. Seperti halnya bilangan, terhadap bentuk aljabar dapat dilakukan penjumlahan, pengurangan, perkalian, pembagian, maupun penarikan akar pangkat dan perpangkatan. Untuk tingkat SMP, dua terakhir tidak banyak dibahas, kecuali perpangkatan dengan pangkat bentuk aljabar berderajat 0 (yaitu konstanta). Dengan penjumlahan muncul suku-suku dan dengan perkalian muncul pengertian faktor yang merupakan unsur dari perkalian tersebut.

2) Suku

Komponen dalam bentuk aljabar adalah *suku* (*term*). Suku dapat berupa sebuah konstanta, sebuah variabel, atau hasil kali/pangkat, penarikan akar konstanta maupun variabel, tetapi bukan penjumlahannya. Jadi, masing-masing suku merupakan bentuk aljabar yang lebih sederhana dari bentuk aljabar yang lebih kompleks. Perhatikanlah yang berikut ini!

(a) Nyatakan 12 sebagai penjumlahan 3 bilangan asli berbeda!
  Jawab: 12 = 5 + 1 + 6.

(b) Kesepakatan:

(1) 12 disebut hasil penjumlahan 5, 1, dan 6.

(2) 5, 1, dan 6 masing-masing disebut suku-suku dalam penjumlahan tersebut.

(a) Tulislah suatu bentuk aljabar yang memuat x^2, x, dan konstanta!

Jawab: (i) $5x^2 + 3x - 7$ (ii) $-2x^2 + 5x + 6$

(d) Kesepakatan:

Dalam bentuk aljabar (i)	Dalam bentuk aljabar (ii)
(1) $5x^2$ disebut suku	(a) $-2x^2$ disebut suku
(2) $3x$ juga disebut suku	(b) $5x$ juga disebut suku
(3) -7 juga disebut suku	(c) 6 juga disebut suku

Simpulan:

Dalam bentuk aljabar juga ada suku yang merupakan kombinasi angka (sebagai lambang konstanta) dan variabel.

3) Suku Sejenis

$5xy$, $-7xy$, dan $15xy$ adalah contoh dari **suku sejenis**, yaitu suku yang lambang variabelnya dalam bentuk huruf, sama, baik macam maupun pangkatnya. Bentuk aljabar xy dengan x^2y bukan suku sejenis. Demikian juga x^2y dengan xy^2.

Pemahaman tentang suku sejenis digunakan dalam menyederhanakan suatu bentuk aljabar yang memuat suku-suku sejenis.

Contoh**:** (i) $5xy - 7xy + 15xy = (5 - 7 + 15)xy = 13xy$ dan

(ii) $2a + 6b + 3a - 4b = (2 + 3)a + (6 - 4)b = 5a + 2b$.

d. Suku Banyak (Polinom)

Bentuk-bentuk aljabar berikut ini merupakan polinom dalam satu variabel**:**

$5x^2$, $8a$, $2x$, $2x + 3$, $5a^4 - 3a^2$

Bentuk-bentuk aljabar berikut adalah polinom dalam beberapa variabel**:**

$5x - xy^2 + 7y$, $9xy^2 - 4x^3z + 2x^4y^2 + 12$

Derajat polinom adalah jumlah pangkat tertinggi dari variabelnya dalam satu suku.

Perhatikan suku-suku dalam polinom $9xy^2 - 4x^3z + 2x^4y^2 + 12$;

Suku	$9xy^2$	$-4x^3z$	$2x^4y^2$	12
Derajat	1+2 = 3	3 + 1 = 4	4 + 2 = 6	0

Derajat $9xy^2 - 4x^3z + 2x^4y^2 + 12$ adalah 6, sesuai jumlah pangkat tertingginya, yaitu pada suku $2x^4y^2$. Jumlah pangkat x dan y pada suku lainnya tidak ada yang lebih dari 6.

Materi pada butir 3) bukan materi SMP, namun guru perlu memahaminya. Polinom(ial) satu variabel (x) berderajat n**:**

$$a_nx^n + a_{n-1}x^{n-1} + a_{n-2}x^{n-2} + a_{n-3}x^{n-3} + \ldots + a_1x + a_0$$

dengan a_n, a_{n-1}, a_{n-2}, a_{n-3}, … a_1, dan $a_n \neq 0$ adalah konstanta-konstanta.

(1) Jika nilai tertinggi n adalah 2, bentuk aljabarnya adalah $a_2x^2 + a_1x + a_0$, $a_2 \neq 0$ dan lebih umum ditulis sebagai $ax^2 + bx + c$. Bentuk ini dikenal sebagai bentuk kuadrat satu variabel dengan a, b, dan c sebagai konstanta.

(2) Jika nilai tertinggi n adalah 1, bentuk aljabarnya adalah $a_1x + a_0$, dengan $a_1 \neq 0$, dan lebih umum ditulis $ax + b$. Bentuk ini dikenal sebagai bentuk aljabar berderajat satu dan dikenal pula dengan bentuk linear dengan satu variabel. Di sini a dan b adalah konstanta.

(3) Jika n tertinggi 0, bentuk aljabarnya a_0. Bentuk ini berderajat 0 (sehingga bukan bentuk linear).

Suku dua disebut juga *binom*. Contoh**:** $a + b$.

e. Koefisien

Bagian konstanta dari suku-suku yang memuat (menyatakan banyaknya) variabel disebut koefisien variabel yang bersangkutan. “Banyaknya variabel” di sini *bukan* bermakna banyaknya objek (yang bermakna penjumlahan), melainkan bermakna “banyaknya bilangan” dari variabel tersebut yang juga lambang bilangan, sehingga koefisien dan variabel yang bersangkutan berada dalam konteks operasi perkalian. Koefisien dapat berupa sebuah atau lebih lambang, yang masing-masing menyatakan konstanta. Jika tidak satupun angka atau konstanta yang muncul dan terkait langsung dengan variabel pada suatu suku, maka koefisiennya adalah 1 atau –1.

Dalam $5x^2 + 3x + xy - 4y - y^2 - 7$, koefisien dari x^2 adalah 5, koefisien dari $3x$ adalah 3, koefisien dari xy adalah 1, koefisien dari y adalah –4, dan koefisien dari y^2 adalah –1. Karena –7 adalah suku yang tidak terkait langsung dengan variabel manapun, maka tidak ada koefisien dalam suku ini. Dalam semesta himpunan bilangan real, ”banyaknya” dapat bermakna ”besarnya” yang mungkin bukan bulat.

Untuk $\frac{x\sqrt{5}}{3}$ yang dapat ditulis sebagai $\frac{\sqrt{5}}{3}x$, koefisien dari x adalah $\frac{\sqrt{5}}{3}$.

Untuk bentuk kuadrat dalam x yaitu $ax^2 + bx + c$, a adalah koefisien x^2 dan b adalah koefisien x. Dalam bentuk kuadrat tersebut c merupakan konstanta, tidak memiliki koefisien. Sedangkan a dan b pun juga konstanta, yang kaitannya dengan suku bentuk aljabar, a dan b sekaligus juga sebagai koefisien.

f. Faktor

Pengertian Dasar

(1) Dalam semesta himpunan bilangan cacah, faktor suatu bilangan adalah pembagi bulat (dalam hal ini bilangan asli) dari bilangan tersebut.

$12 = 1 \times 12$, maka 1 dan 12 masing-masing adalah faktor bilangan dari 12.

$12 = 2 \times 6$, maka 2 dan 6 masing-masing adalah faktor bilangan dari 12.

$12 = 3 \times 4$, maka 3 dan 4 masing-masing adalah faktor bilangan dari 12.

(2) Telah diketahui bahwa faktor bulat positif dari bilangan 24 adalah 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, dan 24. Mendaftar faktor bulat positif dapat dilakukan dengan cara yang memudahkan dalam penyusunannya,

yaitu menentukan pembagi bulat dan hasilnya (yang sekaligus juga faktor), ditulis mengapit suatu lambang ”pasangan”, misalnya ”$\leftrightarrow$”.

$1 \leftrightarrow 24$

$2 \leftrightarrow 12$

$3 \leftrightarrow 8$

$4 \leftrightarrow 6$

(3) Bentuk aljabar pun dapat difaktorkan. Keterampilan memfaktorkan merupakan salah satu keterampilan yang diperlukan dalam menyelesaikan masalah dalam bentuk aljabar, di antaranya menyederhanakan bentuk aljabar yang terdiri dari beberapa suku.

Contoh pemfaktoran bentuk aljabar sederhana**:**
$6a^2b$ mempunyai 24 faktor bulat positif**,** yaitu:

$1 \leftrightarrow 6a^2b$	$a \leftrightarrow 6ab$	$b \leftrightarrow 6a^2$
$2 \leftrightarrow 3a^2b$	$2a \leftrightarrow 3ab$	$2b \leftrightarrow 3a^2$
$3 \leftrightarrow 2a^2b$	$3a \leftrightarrow 2ab$	$3b \leftrightarrow 2a^2$
$6 \leftrightarrow a^2b$	$6a \leftrightarrow ab$	$6b \leftrightarrow a^2$

(4) Jika $p_1, p_2, p_3, \ldots, p_n$ dan $k_1, k_2, k_3, \ldots, k_n$ adalah bilangan-bilangan prima dan n bilangan asli, dimana p_n menyatakan perkalian prima dari komponen suku (dengan menganggap variabel sebagai bilangan prima) dan k_n menyatakan derajat dari p_n, maka $p_1^{k_1} \times p_2^{k_2} \times p_3^{k_3} \times \ldots \times p_n^{k_n}$ mempunyai faktor sebanyak

$$(k_1 + 1) \times (k_2 + 1) \times (k_3 + 1) \times \ldots \times (k_n + 1)$$

Untuk menentukan banyaknya faktor bulat positif seperti contoh pada butir 2) di atas, a dan b dapat dianggap sebagai bilangan-bilangan prima. Jadi, banyak faktor $6a^2b = 2 \times 3 \times a^2b$ adalah $2 \times 2 \times 3 \times 2 = 24$.

Catatan**:** materi ini baik untuk diketahui guru tetapi tidak perlu disampaikan sebagai materi di kelas. Bagi siswa yang akan mengikuti kegiatan khusus, misalnya IMO (*International Mathematics Olympiad*), mungkin perlu.

g. Pernyataan

Pernyataan adalah kalimat (kalimat deklaratif; kalimat berita) yang bernilai benar saja atau salah saja (tetapi tidak sekaligus benar dan salah). Kebenaran pernyataan mengacu pada kecocokan pernyataan itu dengan keadaan sesungguhnya.

Contoh: (1) Hasil penjumlahan 3 dan 7 adalah 10 (bernilai benar).
Pernyataan di atas secara singkat dapat ditulis sebagai:
$3+7=10$ (contoh kesamaan yang bernilai benar)
(2) $3+5<10$ (bernilai benar, contoh ketidaksamaan)
(3) $25:7=3$ (pernyataan bernilai salah)

B. Kegiatan Belajar 2: Kalimat Terbuka dan Beberapa Masalah Pembelajarannya

Jika kedua ruas pertidaksamaan dikalikan atau dibagi dengan bilangan negatif yang sama, tanda pertidaksamaan harus diubah. Mengapa?

Kalimat Terbuka

Kalimat Terbuka adalah kalimat yang memuat variabel, dan jika variabelnya diganti dengan konstanta akan menjadi sebuah pernyataan (yang bernilai benar saja atau salah saja). Kebenaran pernyataan tersebut dinilai dari kebenaran relasi yang dinyatakan dalam kalimatnya. Kalimat terbuka yang dimaksud adalah persamaan dan pertidaksamaan, dan pada tulisan ini pun hanya dibatasi pada persamaan dan pertidaksamaan linear.

Dua kalimat terbuka dikatakan ekuivalen jika untuk domain yang sama keduanya memiliki himpunan penyelesaian yang sama.

1. Persamaan

Persamaan adalah kalimat terbuka yang menggunakan relasi "sama dengan" (lambang: "="). Persamaan dapat dinyatakan pula sebagai dua bentuk aljabar yang dihubungkan dengan tanda "=". Secara umum, persamaan berbentuk $A_1 = A_2$ (A merupakan bentuk aljabar), dengan paling sedikit satu di antara A_1

dan A_2 memuat variabel. Dalam hal ini, A_1 disebut ***ruas*** kiri dan A_2 disebut ruas kanan persamaan tersebut. Jika A_1 dan A_2 keduanya ekuivalen dan tidak memuat variabel, persamaan tersebut dinamakan **kesamaan**. Persamaan yang bernilai benar untuk setiap variabel anggota domainnya disebut **identitas.** Sebagai contoh, $(x + y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$ adalah identitas, karena untuk setiap penggantian x dan y dengan sebarang bilangan real, pernyataan yang diperoleh selalu bernilai benar.

Contoh**:** Bentuk aljabar/bukan persamaan	Persamaan
$2x - 7$	$2x - 7 = 9$
$2x^2 + 7x - 22$	$2x^2 + 7x = 22$

2. Pertidaksamaan

Pertidaksamaan adalah kalimat terbuka yang menggunakan tanda relasi $<$, $>$, $\leq$, $\geq$, atau $\neq$. Dalam masalah aljabar, biasanya pertidaksamaan terkait dengan empat lambang pertama.

3. Penyelesaian Kalimat Terbuka

Penyelesaian kalimat terbuka dengan satu variabel adalah konstanta (atau konstanta-konstanta) anggota daerah definisinya, yang jika digantikan (disubstitusikan) pada variabel dalam kalimat itu, kalimat terbuka semula menjadi pernyataan yang bernilai benar. Penyelesaian persamaan disebut juga **akar** persamaan. Dikatakan pula bahwa penyelesaian itu **memenuhi** kalimat terbuka tersebut. Jika kalimat terbukanya memuat dua, tiga, empat, **…** , n variabel, maka penyelesaiannya merupakan pasangan, tripel, kuadrupel, … , n tupel dengan sifat bahwa dengan substitusi urutan variabel dengan urutan bilangan atau konstanta pengganti pada n-tupelnya, kalimat terbuka itu menjadi pernyataan bernilai benar. Pada pertidaksamaan, selain berupa bilangan tunggal, penyelesaiannya dapat berupa sejumlah bilangan dalam interval tertentu.

Contoh**:**

a. Untuk domain himpunan bilangan real, pada persamaan $2x + 6 = 0$,

   (1) 3 adalah penyelesaian, karena $2(-3) + 6 = 0$ bernilai benar.

   (2) bukan penyelesaian, karena $2(3) + 6 = 0$ merupakan pernyataan bernilai salah.

   Untuk domain himpunan bilangan nonnegatif, $2x + 6 = 0$ tidak mempunyai penyelesaian. Meskipun –3 memenuhi, tetapi karena –3 bukan anggota domain, maka bukan penyelesaian.

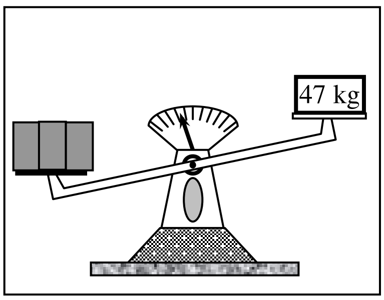
b. Pada persamaan $2x - 3y = 12$ dengan $x, y \in R$, maka (3, –2) adalah salah satu penyelesaian, karena jika x diganti 3 dan bersamaan dengan itu y diganti –2, diperoleh $2(3) - 3(-2) = 12$ yang bernilai benar. Demikian juga dengan pasangan (0, –4), (6, 0), dan masih banyak lagi pasangan lainnya. Tetapi (3, 2) bukan penyelesaian karena penggantian x dengan 3 dan y dengan 2 menjadikan pernyataan $2(3) - 3(2) = 12$ yang bernilai salah.

Himpunan Penyelesaian

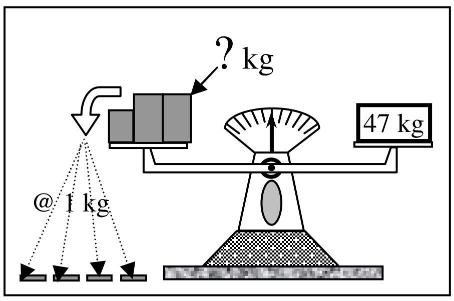
Himpunan penyelesaian suatu kalimat terbuka adalah himpunan semua penyelesaian kalimat terbuka tersebut.

4. Beberapa Masalah Pembelajaran Kalimat Terbuka

a. Persamaan linear satu variabel dan pembelajarannya



Gambar 2.1a

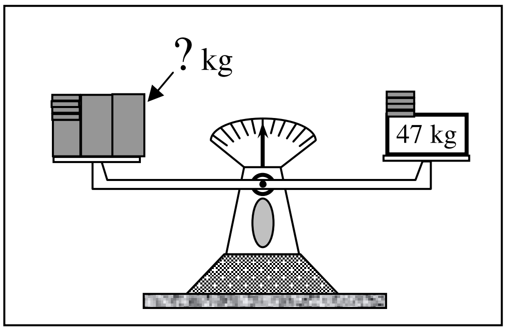


Gambar 2.1b

Apa yang dapat Anda ungkapkan dari gambar di atas?

Kompetensi siswa dalam memahami dan kemudian menyusun bentuk aljabar merupakan prasyarat siswa untuk mampu atau kompeten dalam menyelesaikan masalah verbal, baik yang menyangkut persamaan maupun pertidaksamaan, dan pengembangannya. Kemampuan dasar itu dapat digali dari **pengalaman belajar** siswa, misalnya dengan pertanyaan seperti dikemukakan di atas.

Gambar 2.1b di atas memberikan gambaran persamaan $3x - 4 = 47$.
Berawal dari gambar kedua, selanjutnya dapat dinyatakan bahwa timbangan akan tetap setimbang dengan menambah kedua belah pihak timbangan masing-masing dengan misalnya 4 kg beban.



Gambar 2.2

Persamaan yang ekuivalen dengannya adalah

$$3x - 4 + 4 = 47 + 4$$
$$\Leftrightarrow \quad 3x = 51$$
$$\Leftrightarrow \quad x = 17$$

Gambaran ini adalah salah satu cara untuk memberikan pemahaman tentang sifat ”persamaan tetap ekuivalen jika kedua ruas ditambah (atau dikurangi) dengan bilangan yang sama”. Sifat ini sekaligus adalah bagian langkah penyelesaian persamaan (juga pertidaksamaan). Dari $3x = 51$ menjadi $x = 17$, prosesnya adalah penggunaan sifat bahwa persamaan tetap ekuivalen jika kedua ruas dikalikan atau dibagi dengan bilangan yang sama (bukan nol).

Kebiasaan memberikan ungkapan teknis ”dipindah ruas ganti tanda ”atau”, pembilang menjadi penyebut”, hendaknya disampaikan hanya jika pemahaman sifat tersebut telah cukup mapan agar **tidak terjadi** kasus seperti berikut**:**

$$2x = 12 \Leftrightarrow x = \frac{12}{-2}$$

Jika jembatan keledai ”pindah ruas” itu dianggap efektif, maka masih perlu adanya pemahaman, bahwa yang ”pindah ruas” adalah suku dan bukan faktor.

b. Pertidaksamaan satu variabel dan pembelajarannya

Salah satu masalah yang sering menjadi pertanyaan adalah bagaimana membuktikan kebenaran sifat **”**pertidaksamaan berubah tandanya jika kedua ruas dikalikan dengan bilangan negatif yang sama”.

Pembuktian secara deduktif

Dasar yang digunakan adalah sifat-sifat yang mendahuluinya, yaitu:

(1) pengertian**:** bilangan positif merupakan bilangan yang lebih dari 0 (nol) dan

(2) hasil perkalian dua bilangan positif adalah bilangan positif.

Perhatikan bukti yang menunjukkan bahwa, jika diketahui $x > y$ dan n sebuah bilangan negatif, maka $nx < ny$.

Diketahui: $x > y$ dan $n < 0$

Buktikan: $nx < ny$

Bukti: $x > y$ berarti $x - y > 0$	*arti $x > y$*
$\Leftrightarrow (x - y) \times (-n) > 0$	*perkalian dengan bilangan positif*
$\Leftrightarrow -nx + ny > 0$	*sifat distributif*
$\Leftrightarrow -(-nx + ny) < 0$	*invers aditif* (lawan bilangan positif, baris sebelumnya, adalah negatif)
$\Leftrightarrow nx - ny < 0$	*lawan dari $-nx$* ditambah lawan dari *ny* baca: *$nx - ny$ negatf*
$\Leftrightarrow nx < ny$	*arti bilangan negatif, atau*: pengurangan menghasilkan bilangan negatif jika bilangan yang dikurangi kurang dari bilangan pengurangnya.

Menunjukkan sifat dengan kegiatan siswa

Berikut ini alternatif pembelajaran bukan dengan pembuktian deduktif, tetapi hanya **menunjukkan** sifat yang dimaksud, khususnya menyangkut ketidaksamaan yang selanjutnya akan berlaku untuk pertidaksamaan.

(1) Siswa dikelompokkan secara berpasangan.

(2) Masing-masing siswa memilih dan menyebutkan bilangan pilihannya (yang tidak sama), kemudian menuliskan pilihannya masing-masing.

(3) Masing-masing menuliskan bilangan pilihan temannya di sebelah kanan bilangan pilihannya sendiri, kemudian memberi tanda ketidaksamaan ”>” atau ”<” antara kedua bilangan pilihan.

(4) Masing-masing mengalikan pilihan bilangannya dengan sebuah bilangan negatif yang sama dan menentukan hasilnya, misal, ”Kita kalikan dengan –5”. Siswa pertama menyebutkan hasilnya dan menuliskannya di bawah pilihan bilangan semula. Demikian juga orang kedua. Hasil temannya dituliskan di sebelah kanan hasilnya sendiri, kemudian menuliskan tanda ketidaksamaan ”>” atau ”<” antara kedua bilangan hasil.

(5) Siswa I membaca hasil, ”Dari semula .... (relasi awal) setelah kedua ruas dikalikan –5 hasilnya .... (relasi hasilnya)”.

(6) Kegiatan (1) sampai (5) dilakukan untuk 3 atau lebih bilangan pilihan berbeda. Setiap pasangan siswa mendiskusikan kesimpulan mereka.

(7) Setelah itu lakukan diskusi kelas! Beberapa pasang siswa diminta melaporkan satu dari hasil kerja mereka untuk mendapatkan sifat umum pertidaksamaan dari hasil ketidaksamaan mereka.

Catatan:

Kegiatan ini juga dapat dilakukan untuk persamaan dan pertidaksamaan, baik perkalian dengan bilangan positif maupun negatif.

Latihan/Tugas 1:
Jawablah pertanyaan-pertanyaan berikut!

1. Apa gunanya memahami pengertian-pengertian di atas, kaitannya dengan penyusunan model matematika dan pemecahan masalah sehari-hari atau soal cerita?

2. Beberapa buku sumber (misalnya Mueller, Keedy, et. al., dan Williams) menyatakan variabel sebagai huruf atau lambang yang merepresentasikan berbagai bilangan dalam semesta atau domainnya. Sementara Buttler dan Wren, Abrahamson dan Gray, dan Gellert, et. al., misalnya, tidak secara eksplisit menyatakan penggantinya adalah bilangan. Bagaimana Anda menyikapi hal ini? Dalam hal manakah hal-hal tersebut dapat diterapkan?
3. Dengan domain apel, berilah contoh gambaran penjumlahan $2a + 3b$! Dengan suatu substitusi, dapatkah dihasilkan banyak apel? Berilah contohnya jika dapat atau contoh penyangkalnya jika tidak!
4. Seseorang menjelaskan variabel, misal p menyatakan panjang sebuah ruas garis. Apa gambarannya tentang p^2, p^3, dan $\sqrt{p}$?

Refleksi

Setelah membaca/mempelajari bahan di atas, cobalah Anda merefleksi pembelajaran yang Anda lakukan selama ini dan pertimbangkan sebagai **pendidik**!

1. Apakah pembelajaran yang Anda lakukan cukup tepat dan telaten menangani masalah kesulitan siswa dalam aljabar dasar, di antaranya:
   a. dalam siswa memahami pengertian variabel? Apakah menggunakan pengalaman belajar dengan konteks yang tidak merancukan? Atau apakah langsung saja ke contoh manipulatif?
   b. dalam menggunakan konsep cenderung teknis atau dengan pemahaman? (menekankan ”pokoknya begini.. begitu” atau didahului dengan kata ”mengapa ...?”)
2. Apakah Anda sekaligus memperhatikan dan memberikan sesuatu yang lain terhadap yang ”berkekurangan” dan ”berkelebihan” terhadap siswa secara umum? Apakah Anda dengan tidak sadar, atau sadar tetapi dipaksakan membelajarkan mereka dengan cara, metode, dan teknik yang sama? Atau apakah semua yang Anda ketahui Anda berikan?
3. Apakah pembelajaran dalam aljabar dasar ini lebih mengutamakan simbol-simbol dan manipulasi aljabar atau memberikan kepada siswa dan minta kepada siswa konteks yang relevan dengan bahasannya?

BAB III
MENYUSUN MODEL MATEMATIKA DALAM MEMECAHKAN MASALAH VERBAL DAN PEMBELAJARANNYA

Menurut Butler dan Wren (1960), kesulitan siswa yaitu dalam pemecahan masalah. Kesulitan itu sampai kini masih banyak dirasakan para guru, meliputi: (1) komputasi, (2) kurangnya kemampuan penalaran, (3) kurangnya kemampuan pengelolaan prosedur secara sistematis, (3) kesulitan dalam memilih proses yang akan digunakan, (4) kesalahan dalam memahami maksud dari yang dipermasalahkan, (5) kurangnya kebiasaan (*habit*) membaca, (6) kurangnya penguasaan kosakata, (7) perhatian terhadap sesuatu masalah yang hanya sepintas, (8) kurangnya kemampuan memilih yang esensial dari masalahnya, (9) kekurangmampuan menerjemahkan ungkapan, (10) kekurangcermatan membaca, mungkin juga karena memang ada kekurangan kemampuan inderanya, (11) kurangnya perhatian/ketertarikan, dan (12) kebiasaan senang menebak untuk memperoleh jawaban secara cepat.

Tidak semua kesulitan tersebut akan dibahas dan diberikan pemecahannya di sini, kecuali yang sesuai dengan bahasan yang menjadi topik tulisan ini. Salah satu yang perlu dilakukan oleh siapapun yang akan memecahkan masalah verbal adalah membaca masalah itu dengan cermat (jika perlu soal dibaca tidak hanya sekali saja), memahami masalahnya (tahu apa yang ditanyakan), dan dapat memahami data yang sudah tersedia.

Dalam bab ini, Anda akan mempelajari tentang menyusun model matematika dalam memecahkan masalah verbal serta pembelajarannya.

Setelah mempelajari modul ini diharapkan para pembaca/guru matematika dapat:

1. menyusun bentuk-bentuk aljabar dari ungkapan-ungkapan sehari-hari dari yang sederhana ke yang lebih rumit,

2. menyusun berbagai alternatif ungkapan sehari-hari dari bentuk-bentuk aljabar sederhana,
3. membelajarkan siswa menyusun model matematika dari yang sederhana ke yang lebih rumit (dari ungkapan sederhana ke pernyataan relasional) dari ungkapan/pernyataan verbal atau ungkapan dan kalimat sehari-hari ke model matematika,
4. membelajarkan siswa untuk menggunakan pengertian-pengertian dasar dan kesepakatan-kesepakatan dalam aljabar dengan tepat, dan
5. menyelesaikan kalimat terbuka menggunakan langkah-langkah yang penalarannya mudah diikuti siswa.

Untuk membantu Anda agar menguasai kemampuan tersebut, pembahasan bab ini dikemas dalam 2 (dua) kegiatan belajar (KB) sebagai berikut.

1. Kegitan Belajar-1: Menyusun Bentuk Aljabar Sederhana
2. Kegitan Belajar -2: Langkah Menyelesaikan Masalah Verbal
3. Kegitan Belajar -3: Menyusun Model dan Menyelesaikan Masalah

A. Kegiatan Belajar-1: Menyusun Bentuk Aljabar Sederhana

Dalam memecahkan masalah matematika yang terkait dengan soal cerita atau pemecahan masalah pada umumnya, salah satu kuncinya adalah keberhasilan penyusunan model matematikanya.

- Kenyatannya, dalam kesulitan siswa tentang aljabar sering terselip kesulitan siswa tentang aritmetikanya, dan kesulitan lain seperti dikemukakan Butler dan Wren, di atas. Apa yang perlu dilakukan guru?
- Siswa banyak mengalami kesulitan dalam menyusun model matematika dari kalimat sehari-hari. Dari mana Anda mulai agar ketika para siswa menghadapi soal yang kompleks mereka tidak mengalami kebingungan dalam memulai langkahnya?

1. Langkah Awal

Sebelum lanjut ke masalah aljabar, dalam pembelajaran yang memuat kompetensi siswa tentang dasar-dasar operasi aljabar, perlu dilakukan adanya kegiatan pendahuluan mengingatkan operasi yang berlaku dalam aritmetika. Misalnya dalam beberapa hal, penjumlahan bilangan bulat (memuat bilangan negatif) perlu dilatihkan kembali sebelum masuk ke aljabarnya. Demikian pula yang terkait dengan semangat dan keingintahuan siswa, guru perlu mencari alternatif untuk mengembangkan keingintahuan itu, misalnya dengan model permainan yang banyak memuat pemecahan masalah dan komunikasi.

2. Alternatif Menyusun Bentuk Aljabar dari Masalah Verbal

Masalah verbal yang banyak dikeluhkan menjadi kesulitan siswa pada pada umumnya yaitu masalah yang sering muncul pada soal-soal terapan di bagian akhir soal-soal suatu pokok bahasan. Soal-soal itu sering telah memuat 5 sampai 8 kalimat. Namun jika diperhatikan lebih cermat, kesulitan itu antara lain juga disebabkan kurangnya latihan menyelesaikan soal yang memuat kalimat verbal yang cukup sederhana. Karena itu, siswa perlu diberikan pengalaman belajar mengubah kalimat sederhana menjadi model matematika, baik bentuk aljabar maupun kalimat terbuka. Langkah awal adalah menentukan/memilih sebuah (atau lebih) variabel.

Contoh menyusun model matematika bentuk aljabar.

Contoh 1: Ukuran panjang bertambah 2 cm.

Alternatif 1.

Tulis x: ukuran panjang semula!
Jadi ukuran panjang sekarang adalah $x + 2$.

Alternatif 2.

Ukuran panjang $\underbrace{\text{bertambah}}_{+}\ \underbrace{\text{2 cm.}}_{2}$

Jika panjang semula dimisalkan x, bentuk aljabarnya $x + 2$.

Contoh 2: Misalkan w adalah lebar sebuah persegipanjang yang ukuran panjangnya 8 cm lebih dari dua kali lebarnya.

Alternatif 1.

Tulis w: ukuran lebar persegipanjang dan

$2w$: dua kali lebar persegipanjang!

Jadi, ukuran panjang persegipanjang adalah $2w + 8$.

Alternatif 2.

Lebar persegipanjang semula w cm.

$$\text{Panjangnya } \underbrace{\text{8 cm}}_{8}\ \underbrace{\text{lebih dari}}_{+}\ \underbrace{\text{dua kali lebarnya}}_{2w}$$

Jadi, ukuran panjang persegipanjang adalah $2w + 8$.

Contoh 3: Jika t menyatakan umur seseorang sekarang, maka**:**

a. $\underbrace{\text{terhitung dari sekarang,}}_{t}\ \underbrace{\text{tiga tahun}}_{3}\ \underbrace{\text{yang lalu}}_{-} \quad \to -3$

bentuk aljabar menjadi $t - 3$.

b. $\underbrace{\text{terhitung dari sekarang,}}_{t}\ \underbrace{\text{tujuh tahun}}_{7}\ \underbrace{\text{yang akan datang}}_{+} \quad \to +7$

bentuk aljabar menjadi $t + 7$.

Masalah verbal sederhana dapat diselesaikan menggunakan beberapa cara, diantaranya adalah dengan memberikan tanda bagian-bagian yang terkait dengan inti masalah (yang ditanyakan), yang diketahui, maupun hubungan antara keduanya. Mengubah pernyataan menjadi suatu relasi yang lebih jelas akan memudahkan penyelesaiannya.

Contoh 4: Tiga bilangan asli berurutan jumlahnya 315. Bilangan-bilangan manakah itu?

Penyelesaian:

Tulis b*:* bilangan asli pertama!

Dipunyai: $b + (b + 1) + (b + 2) = 315$

$\Leftrightarrow 3b + 3 = 315$

$\Leftrightarrow 3b = 312$

$\Leftrightarrow b = 104$.

Bilangannya adalah 104, 105, dan 106.

Contoh 5: Setengah dari besar suatu bilangan asli dan sepertiga bilangan asli berikutnya jumlahnya 7. Berapa bilangan pertamanya?

Penyelesaian:

Alternatif 1.

Tulis x: suatu bilangan asli!

Jelas, bilangan asli berikutnya adalah $x + 1$.

Dipunyai: $\frac{1}{2}x + \frac{1}{3}(x + 1) = 7$.

Jika diselesaikan, diperoleh: $\frac{1}{2}x + \frac{1}{3}(x + 1) = 7$

$$\begin{aligned} &\Leftrightarrow 3x + 2(x + 1) = 42 \\ &\Leftrightarrow 3x + 2x + 2 = 40 \\ &\Leftrightarrow 5x = 40 \\ &\Leftrightarrow x = 8. \end{aligned}$$

Jadi bilangan pertama adalah 8.

Alternatif 2: $\underbrace{\text{Setengah dari besar suatu bilangan asli}}_{\frac{1}{2}x}\ \underbrace{\text{dan jumlahnya}}_{+}\ \underbrace{\text{sepertiga bialangan asli berikutnya}}_{\frac{1}{3}(x+1)}\ \underbrace{\text{(adalah) 7}}_{=7}$

Model matematikanya: $\frac{1}{2}x+\frac{1}{3}(x+1)=7$

Jika diselesaikan diperoleh: $\frac{1}{2}x+\frac{1}{3}(x+1)=7$, dst. (lihat Alternatif 1)

Contoh 6**:** Setelah diberi diskon 20%, harga suatu barang adalah Rp 9.600,00.

Berapa harga yang tertera pada label barang sebelum diberi diskon?

Kalimat di atas dapat diubah menjadi**:**

$$\underbrace{\text{Harga pada label}}_{h}\ \underbrace{\text{didiskon}}_{-}\ \underbrace{\text{20\%}}_{20\% \times h}\ \underbrace{\text{menjadi}}_{=}\ \underbrace{\text{Rp 9.600,00}}_{9.600}$$

Model matematikanya**:** $x - \frac{1}{5}h = 9.600 \Leftrightarrow \frac{4}{5}h = 9.600$

Atau dengan cara:

Tulis h: harga yang tertera pada label!

Dipunyai: $h - 20\% \times h = 9600$

$$\Leftrightarrow h - \frac{1}{5}h = 9600$$

$$\Leftrightarrow \frac{4}{5}h = 9600$$

$$\Leftrightarrow h = 12000.$$

Jadi, harga yang tertera pada label adalah Rp 12.000,00.

3. Pembelajaran Menyusun Bentuk Aljabar dari Masalah Verbal

Agar kompeten dalam membuat model matematika dari masalah yang berkaitan dengan persamaan dan pertidaksamaan, sebaiknya tidak serta-merta membuat model dari situasi yang sudah kompleks. Setelah mempelajari variabel, siswa ditugasi untuk mengubah ungkapan sederhana menjadi suatu bentuk aljabar, seperti contoh menyusun bentuk aljabar dari masalah verbal pada butir 2 KB ini. Kegiatan dapat dilakukan dengan tanya jawab. Konteks dipilih yang relevan dengan situasi lingkungan setempat dan sejauh mungkin dapat memasukkan unsur-unsur pendidikan umum maupun khusus. Contoh berikut ini dapat ditugaskan kepada siswa untuk belajar menyusun bentuk aljabar. Siswa diberi kebebasan untuk memilih nama atau lambang variabel. Kesalahan (yang sering dilakukan siswa), misalnya memilih nama benda sebagai variabel harus segera dibenahi sebelum berlarut kesalahannya.

Nyatakan dalam bentuk aljabar dengan mengandaikan variabelnya sesuai pilihan Anda!

1. 2 kali sebuah bilangan ditambah 3
2. Sinta membeli sejumlah buku, kemudian membeli lagi 3 buah buku
3. menyusut 3 cm
4. 3 hari sebelumnya
5. 4 tahun lebih muda
6. harga gula pasir tahun ini turun Rp 500,00 dari tahun yang lalu
7. 50 ekor ayam Siti mati beberapa ekor
8. Rp 200.000,00 dibelikan 5 buah buku
9. dua kali penghasilan Ali
10. seperdua dari tingginya
11. bertambah 6 ekor
12. 5 cm lebih tinggi
13. 30 cm lebih panjang

14. 3 tahun
15. lebih lama 2 jam daripada yang ditempuh Budi
16. naik 15 cm
17. turun 5°C
18. 5 tahun yang lalu
19. 20 hari lagi
20. 2 kg lebih berat
21. tiga kali lebarnya
22. banyaknya belum diketahui, harganya Rp 15.000,00 per buah
23. Rp 300.000,00 lebih dari separo penghasilan Ali
24. meningkat 25%
25. menyusut 20%
26. 10% lebih murah
27. harganya naik 20%
28. seberat dua karung beras dan tiga bakul jagung
29. dua kali jumlah milik Budi dan Ary
30. tiga jam lebih awal dari keberangkatan A
31. telurnya pecah $\frac{1}{5}$ bagian
32. setengah uang Tono
33. 10 persen dari modal
34. dari semua ayam pak Ali dipotong 3 ekor
35. kurangnya 20 tahun dari umur Ibu
36. 3 bilangan asli berurutan
37. 5 bilangan genap berurutan
38. 6 bilangan ganjil berurutan
39. tiga bilangan berurutan kelipatan 7
40. umur Udin, Ali, dan Akhmad secara berurutan berselisih 3 tahun
41. tiga kali lebarnya
42. banyaknya belum diketahui, harganya Rp 15.000,00 per buah
43. Rp 300.000,00 lebih dari separo penghasilan Ali
44. meningkat 25%
45. menyusut 20%
46. 10% lebih murah
47. harganya naik 20%
48. seberat dua karung beras dan tiga bakul jagung
49. dua kali jumlah milik Budi dan Ary
50. tiga jam lebih awal dari keberangkatan A
51. telurnya pecah $\frac{1}{5}$ bagian
52. setengah uang Tono
53. 10 persen dari modal
54. dari semua ayam pak Ali dipotong 3 ekor
55. kurangnya 20 tahun dari umur Ibu
56. 3 bilangan asli berurutan
57. 5 bilangan genap berurutan
58. 6 bilangan ganjil berurutan
59. tiga bilangan berurutan kelipatan 7
60. umur Udin, Ali, dan Akhmad secara berurutan berselisih 3 tahun

Untuk beberapa soal, siswa ditugasi secara berkelompok dengan memilih salah satu model kooperatif yang cocok. Pada tahap berikutnya, siswa ditugasi mengerjakan sebagian dari padanya secara mandiri kemudian saling diperiksa oleh temannya. Pada kesempatan lain, secara berpasangan siswa ditugasi saling bergantian membuat masalah verbal dan teman lain membuat bentuk aljabarnya (*problem possing*).

4. Alternatif Kegiatan Menyusun Kalimat Terbuka dari Masalah Verbal

Sebelum siswa terbiasa dengan soal-soal cerita yang memuat sejumlah kalimat sehingga menjadi soal yang tersaji dalam 5 – 10 baris, setelah mengenal bentuk aljabar seyogyanya siswa dilatih menerjemahkan kalimat biasa yang cukup sederhana menjadi kalimat matematika.

Contoh berikut ini dapat ditugaskan kepada siswa untuk belajar menyusun kalimat terbuka.

Nyatakan dalam bentuk kalimat terbuka dengan mengandaikan variabelnya sesuai pilihan Anda!

1. Umur Ali 3 tahun lebihnya dari umur Budi.
2. Tinggi Ani 2 cm kurangnya dari Mawar.
3. Uang Tono Rp 5.000,00 kurangnya dari uang Watty.
4. Bila dikurangi 5, hasilnya 7.
5. Jika dikalikan delapan, paling sedikit 56.
6. Daya tampung gedung itu tidak lebih dari 3000 orang.
7. Panjang sisi suatu persegipanjang 12 cm lebih dari 3 kali lebarnya.
8. Tinggi minimum untuk masuk AKMIL adalah 165 cm.
9. Jumlah nilai raport Andi 4 kurangnya dari jumlah nilai si Udin.
10. Suhu udara di suatu puncak gunung tidak lebih dari 28^o C.
11. Selisih suhu di pantai dan dan di dataran tinggi tidak kurang dari 5^o C.
12. Penghasilan Ahmad tiga puluh ribu rupiah kurangnya dari penghasilan Gani.
13. Tiga kali penghasilan Udin Rp 400.000,00 kurang dari dua kali penghasilan Adi.

14. Jarak rumah Ani ke sekolah dua kali jarak rumah Rita ke sekolah.
15. Harga buku IPA, $\frac{2}{3}$ dari harga buku matematika.
16. Tabungan Budi 3 kali dari dua kali tabungan Nini.
17. Syarat untuk mulai bekerja di suatu perusahaan minimal berusia 23 tahun dan maksimal 35 tahun.
18. Jumlah umur Badu dan Rudi tidak lebih dari 48 tahun.
19. Lebar persegipanjang 12 cm kurangnya dari panjangnya.
20. Dua kali lebar sebuah persegipanjang 12 cm lebih dari panjangnya.
21. Usia ayah 5 tahun yang lalu 2 $\times$ usia abang tertua saya.
22. Usia ayah 5 tahun lebih tua dari usia ibu.
23. Banyaknya kelereng Ali 30 butir lebih banyak dari kelereng yang dimiliki Budi.
24. Setengah jumlah uang pak Haji paling tidak lima juta lebih dari 10 kali uang Rusman.
25. Jumlah 5 bilangan asli tidak kurang dari 185.
26. Tiga bilangan genap yang berurutan jumlahnya 42.
27. Tiga bilangan ganjil jumlahnya tidak kurang dari 231.
28. Selisih waktu yang dicapai 2 atlit lari 100 m adalah 0,5 detik.
29. Jumlah dua bilangan sama dengan hasil kalinya
30. Jumlah dua bilangan 23 kurang dari hasil kalinya.

Tahap berikutnya adalah menyusun model yang memuat kalimat terbuka sederhana dari permasalahan yang memuat beberapa kalimat verbal.

B. Kegiatan Belajar 2: Langkah Menyelesaikan Masalah Verbal

Bagaimanakah langkah-langkah sistematis yang diperlukan untuk menyusun model matematika agar model yang diinginkan dapat tersusun? Bagaimana pula implikasikasinya pada strategi pembelajaran agar siswa mampu menyusun model matematika dengan lancar?

Arya dan Lardner (1981**:** 63) dan Auviel dan Poluga (1984**:** 115) menyarankan langkah**-**langkah dasar menyelesaikan masalah verbal sebagai berikut.

1. **Pilihlah sebuah variabel**!
   a. Variabel ini biasanya adalah bilangan yang menyatakan sesuatu yang ditanyakan, atau dapat juga yang terkait langsung atau tidak langsung dengan yang ditanyakan. Misalnya jika yang ditanyakan kecepatan, maka yang dimisalkan dapat dipilih jarak yang ditempuh, dapat pula waktu yang diperlukan.
   b. Jika masalahnya menyangkut selain bentuk aljabar (sebagai alat perhitungan) juga terutama menyangkut geometri, maka gambar atau diagram yang sesuai diperlukan dalam memilih atau menentukan variabel.
   c. Jika permasalahannya menyangkut lebih dari satu hal yang masing-masing memerlukan adanya variabel, maka dipilih variabel kedua.
2. **Susunlah bentuk-bentuk aljabar!**
   a. Jika perlu, dan pada awal penentuan variabel belum ada gambar/diagram, dahuluilah membentuk suatu diagram situasi!
   b. Nyatakan setiap bilangan yang ada dalam masalah verbal itu dengan variabel terpilih, atau jika tidak, tuliskan bilangan itu sebagai konstanta! Susunlah dalam suatu bentuk aljabar!
3. **Susunlah model matematikanya.**
   a. Nyatakan relasi antara bilangan-bilangan dan variabel dalam bentuk aljabarnya yang telah diperoleh sehingga tersusun model matematika yang berbentuk kalimat terbuka.
   b. Relasinya mungkin membentuk suatu kalimat terbuka. Kalimat terbukanya mungkin persamaan, pertidaksamaan, sistem persamaan, atau sistem pertidaksamaan. Selain itu, relasi yang terbentuk dapat merupakan relasi fungsional (sebuah fungsi).
4. **Selesaikan kalimat terbuka atau model matematikanya!**
   Prosedur penyelesaiannya sesuai prosedur atau algoritma jenis kalimat terbuka atau fungsinya.
5. **Nyatakan jawaban sesuai yang ditanyakan pada masalah itu!**
6. **Periksa kebenaran jawaban dengan "mengembalikannya" ke persoalan awal!**
   Pemeriksaan juga menyangkut validitas jawaban sesuai konteks dan menyingkirkan kemungkinan adanya "akar palsu".

C. Kegiatan Belajar 3: Menyusun Model dan Menyelesaikan Masalah

Bagaimanakah cara membelajarkan siswa dalam menyusun model matematika dan menyelesaikan?

Setelah memahami langkah-langkah dasar dalam memahami masalah, maka barulah penyusunan model dan penyelesaiannya dapat dilakukan.

Contoh 1

Empat tahun yang lalu umur seorang bapak 5 kali umur anak pertamanya. Tiga tahun mendatang umur bapak itu tiga kali umur anak pertama tersebut. Berapa tahun lagi umur bapak tersebut setengah abad?

Penyelesaian:

Cara I

1. Memilih variabel

   Misalkan umur anak sekarang a tahun dan umur bapaknya b tahun.

2. Menyusun bentuk aljabar

   Membuat diagram/sketsa situasi berdasar umur sekarang.

	4 tahun yang lalu	sekarang	3 tahun mendatang
anak		a	
bapak		b	

   Setelah dilengkapi dengan menggunakan 4 tahun yang lalu dan 3 tahun yang akan datang, diagramnya yang memuat bentuk aljabar adalah sebagai berikut (urutan pengisian sesuai arah anak panah).

	4 tahun yang lalu	sekarang	3 tahun mendatang
anak	$a - 4$	$\leftarrow \quad a \quad \rightarrow$	$a + 3$
bapak	$b - 4$	$\leftarrow \quad b \quad \rightarrow$	$b + 3$

3. Menyusun model matematika

   Dalam hal ini mencari hubungan (relasi) antara bentuk aljabar.

   Empat tahun yang lalu umur bapak 5 kali umur anak pertamanya

   $$b - 4 = 5(a - 4) \qquad (1)$$

   Tiga tahun mendatang umur bapak itu tiga kali umur anak pertama

   $$b + 3 = 3(a + 3) \qquad (2)$$

Bentuk model matematika yaitu berupa suatu sistem persamaan linear dengan dua variabel

$$\begin{cases} b-4=5(a-4)..............(1) \\ b+3=3(a+3)..............(2) \end{cases}$$

4. Menyelesaikan kalimat terbuka atau model matematikanya

$$b - 4 = 5a - 20$$
$$b + 3 = 3a + 9$$
$$\underline{\hspace{3cm}}\ -$$
$$-7 = 2a - 29 \Leftrightarrow 2a = 22 \Leftrightarrow a = 11$$

$a = 11$ disubstitusikan pada (2) diperoleh $b + 3 = 3 \times 14 \Leftrightarrow b = 39$.

Karena siswa Kelas VII belum mengenal teknik penyelesaian sistem persamaan dengan dua variabel, maka konsep "substitusi" dapat dingatkan kembali dan digunakan sebagai salah satu strategi penyelesaiannya

$b - 4 = 5a - 20 \quad \Leftrightarrow b = 5a - 16$ …... (*)

disubstitusikan ke (2) menjadi

(2): $b + 3 = 3a + 9 \Leftrightarrow 5a - 16 + 3 = 3a + 9$

$\Leftrightarrow 2a = 22 \Leftrightarrow a = 11$

Dari persamaan (*) diperoleh $b = 5 \times 11 - 16 = 39$

Situasi sebenarnya adalah**:**

	4 tahun yang lalu	sekarang	3 tahun mendatang
anak	$a - 4 = 11 - 4 = 7$	$\leftarrow \quad a = 11 \quad \rightarrow$	$a + 3 = 11 + 3 = 14$
bapak	$b - 4 = 39 - 4 = 35$	$\leftarrow \quad b = 39 \quad \rightarrow$	$b + 3 = 39 + 3 = 42$

5. Menyatakan jawabnya sesuai yang ditanyakan pada masalah itu.
   Umur bapak itu sekarang 39 tahun. Jadi, umur bapak itu setengah abad 11 tahun mendatang.

6. Pemeriksaan**:**
   4 tahun yang lalu umur ayah 35 tahun, sedangkan anaknya anak 7 tahun. Pernyataan umur ayah 5 kali umur anak bernilai benar.
   3 tahun lagi umur ayah 42 tahun, seadangkan anaknya 14 tahun. Pernyataan umur ayah 3 kali umur anak bernilai benar.

Cara II

1. Memisalkan umur ayah dan anak 4 tahun yang lalu (memilih variabel)

   Misalkan umur anak *4 tahun yang lalu* adalah a tahun dan umur bapak b tahun.

2. Menyusun bentuk aljabar

   Membuat diagram/sketsa situasi berdasar umur 4 tahun yang lalu

	4 tahun yang lalu	sekarang	3 tahun mendatang
anak	a		
bapak	b		

   Setelah dilengkapi dengan menggunakan **4 tahun yang lalu** dan **3 tahun yang akan datang dari sekarang** (dari 4 tahun yang lalu ke sekarang "bertambah 4"), diagram yang memuat bentuk aljabar adalah sebagai berikut (urutan pengisian sesuai arah anak panah)**:**

	4 tahun yang lalu	sekarang	3 tahun mendatang
anak	$a \rightarrow$	$a + 4$	$a + 7$
bapak	$b \rightarrow$	$b + 4$	$b + 7$

3. Mencari hubungan antara bentuk aljabar sesuai informasi yang belum digunakan

   Empat tahun yang lalu umur bapak 5 kali umur anak pertamanya

   $b = 5a$

   Tiga tahun mendatang umur bapak itu tiga kali umur anak pertama

   $b + 7 = 3(a + 7)$

   Bentuk model matematika, yaitu berupa suatu sistem persamaan linear dengan dua variabel,

$$\begin{cases} b = 5a \\ b + 7 = 3(a + 7) \end{cases}$$

4. Menyelesaikan kalimat terbuka (model matematika)-nya

$$\begin{array}{rl} b &= 5a \\ b + 7 &= 3a + 21 \quad - \\ \hline -7 &= 2a - 21 \Leftrightarrow 2a = 14 \Leftrightarrow a = 7 \end{array}$$

   atau $b + 7 = 3(a + 7)$; $b = 5a$

   sehingga $5a + 7 = 3a + 21$

   $\Leftrightarrow 2a = 14 \Leftrightarrow a = 7$

Jika nilai $a = 7$ disubstitusikan ke persamaan pertama, diperoleh $b = 5 \times 7 = 35$.

Situasi sebenarnya adalah:

	4 tahun yang lalu	sekarang	3 tahun mendatang
anak	$a = 7 \rightarrow$	$a + 4 = 7 + 4 = 11$	$a + 7 = 7 + 7 = 14$
bapak	$b = 35 \rightarrow$	$b + 4$	$b + 7 = 35 + 7 = 42$

5. Menyatakan jawaban sesuai yang ditanyakan pada masalah itu

   Umur bapak itu sekarang 39 tahun. Jadi umur bapak itu mencapai setengah abad 11 tahun mendatang.

6. Pemeriksaan:

   4 tahun yang lalu umur ayah 35 tahun, sedangkan, anaknya 7 tahun. Pernyataan umur ayah 5 kali umur anak bernilai benar.

   3 tahun lagi umur ayah 42 tahun, sedangkan anak 14 tahun. Pernyataan umur ayah 3 kali umur anaknya, benar.

Cara III

1. Memilih/menentukan variabel

   Misalkan umur anak *4 tahun yang lalu* adalah a tahun.

2. Menyusun bentuk aljabar

   Membuat diagram/sketsa situasi berdasar umur 4 tahun yang lalu

	4 tahun yang lalu	sekarang	3 tahun mendatang
anak	a		
bapak			

Karena umur si Bapak 4 tahun yang lalu 5 kali umur anaknya, maka

	4 tahun yang lalu	sekarang	3 tahun mendatang
anak	a		
bapak	$5a$		

Hasil pengisian tabel **umur sekarang** dan **3 tahun yang akan datang** kaitannya dengan 4 tahun yang lalu adalah sebagai berikut**.**

	4 tahun yang lalu	sekarang	3 tahun mendatang
anak	$a \rightarrow$ $\downarrow$	$a + 4$	$a + 7$
bapak	$5a \rightarrow$	$5a + 4$	$5a + 7$

3. Mencari hubungan antar bentuk aljabar sesuai informasi yang belum digunakan (Menyusun model matematikanya)

   Tiga tahun mendatang umur bapak itu tiga kali umur anak pertama.

   $5a + 7 = 3(a + 7)$

   Bentuk model matematika yaitu berupa sebuah persamaan linear:

   $5a + 7 = 3a + 21$

4. Menyelesaikan kalimat terbuka (model matematika)-nya

   $5a + 7 = 3a + 21 \quad \Leftrightarrow \quad 2a = 14 \Leftrightarrow a = 7$

   Situasi sebenarnya adalah**:**

	4 tahun yang lalu	sekarang	3 tahun mendatang
anak	$a = 7 \rightarrow$ $\downarrow$	$a + 4 = 7 + 4 = 11$	$a + 7 = 7 + 7 = 14$
bapak	$5a = 5 \times 7 = 35 \rightarrow$	$5a + 4$	$5a + 7 = 35 + 7 = 42$

Langkah 5 dan 6 sama dengan Cara I dan II.

Cara IV

Tulis x: umur ayah sekarang dan

y: umur anak sekarang!

Dipunyai: $x - 4 = 5(y - 4)$ dan

$x + 3 = 3(y + 3)$.

Jelas $x - 4 = 5(y - 4) \Leftrightarrow x = 5y - 16$

Jadi, $\quad 5y - 16 + 3 = 3(y + 3)$.

$\Leftrightarrow y = 11$

Dengan demikian, $x = 55 - 16 = 39$.

Jadi, 11 tahun lagi umur ayah genap setengah abad.

Contoh 2

Seorang ayah membagikan uang sebesar Rp 100.000,00 kepada 4 orang anaknya. Makin muda usia anak makin kecil uang yang diterima. Jika selisih yang diterima oleh setiap dua anak yang usianya berdekatan adalah Rp 5.000,00 dan si Sulung menerima uang paling banyak, berapakah yang diterima si Bungsu?

Penyelesaian:

Cara I

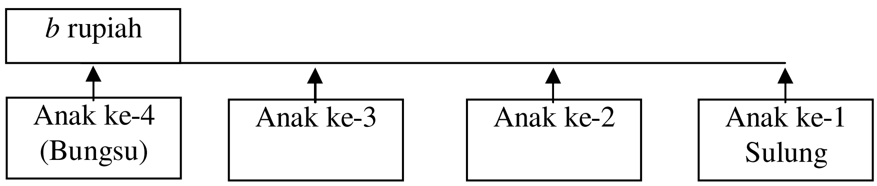
Soal tersebut dapat diselesaikan dengan mengacu pada barisan dan deret. Namun, soal itu dapat diselesaikan tanpa rumus-rumus pada barisan dan deret, yaitu dengan menggunakan 6 langkah seperti dikemukakan di atas.

1. Memilih variabel

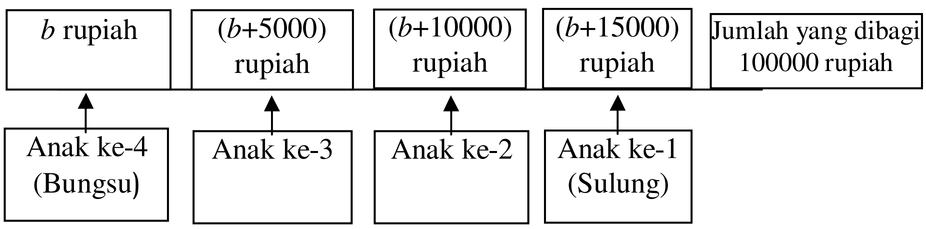
   Misalkan si Bungsu menerima *b* rupiah.

2. Menyusun bentuk aljabar

   Membuat diagram/sketsa situasi



   Setelah dilengkapi (setiap kali bertambah Rp 5.000,00), diagram yang memuat bentuk aljabar adalah sebagai berikut.



3. Mencari hubungan (relasi) antar bentuk aljabar

   $b + (b + 5000) + (b + 10000) + (b + 15000) = 100000$

4. Menyelesaikan kalimat terbukanya

   $$\begin{aligned} b + (b + 5000) + (b + 10000) + (b + 15000) &= 100000 \\ \Leftrightarrow \quad 4b + 30000 &= 100000 \\ \Leftrightarrow \quad 4b &= 70000 \\ \Leftrightarrow \quad b &= 17500 \end{aligned}$$

5. Menyatakan jawaban sesuai yang ditanyakan pada masalah itu

   Si Bungsu menerima Rp 17.500,00

6. Pemeriksaan**:**

   $b + (b + 5000) + (b + 10000) + (b + 15000)$

   $= 17500 + (17500 + 5000) + (17500 + 10000) + (17500 + 15000)$

   $= 100000.$

Cara II

Tulis x: uang yang diterima si Bungsu!

Dipunyai: $x + (x + 5000) + (x + 10000) + (x + 15000) = 100000$

$$\Leftrightarrow \quad 4x + 30000 = 100000$$

$$\Leftrightarrow \quad 4x = 70000$$

$$\Leftrightarrow \quad x = 17500.$$

Jadi uang yang diterima si Bungsu adalah Rp 17.500,00.

Contoh 3

Sebuah perusahaan memproduksi suatu jenis barang seharga Rp 15.000,00 per buah dan biaya tetapnya Rp 1.000.000,00 per bulan. Harga jualnya per buah Rp 19.000,00. Berapa buah barang hasil produksi tersebut harus diproduksi agar perusahaan itu per bulan memperoleh keuntungan bersih tidak kurang dari Rp 2.500.000,00 per bulan?

Jawab:

1. Memilih variabel

   Misalkan banyak produksi per bulan p buah.

2. Menyusun bentuk aljabar

   Membuat diagram/sketsa situasi produksi p buah/bulan

Biaya Produksi (dalam rupiah)	Hasil Penjualan (dalam rupiah)
Keuntungan**:**	

Setelah dilengkapi, diagram yang memuat bentuk aljabar adalah sebagai berikut.

Biaya Produksi (dalam rupiah)	Hasil Penjualan (dalam rupiah)
$p \times 15000$ atau $15000p$ 1000000 (biaya tetap)	$p \times 19000$ atau $19000p$
Jumlahnya $15000p + 1000000$	
Keuntungan = $19000p - (15000p + 1000000)$	

3. Mencari hubungan (relasi) antar bentuk aljabar

   Keuntungan = hasil penjualan dikurang biaya produksi

   $= 19000p - (15000p + 1000000)$

   Keuntungan perbulan minimal Rp 2.500.000, ditulis dengan ≥ 2500000.

   Dan menyamakan perolehan keuntungannya, didapat model matematika sebagai berikut.

   $$19000p - (15000p + 1000000) \geq 2500000$$

4. Menyelesaikan kalimat terbukanya

   $$\begin{aligned} 19000p - (15000p + 1000000) &\geq 2500000 \\ \Leftrightarrow 19p - (15p + 1000) &\geq 2500 \\ \Leftrightarrow 4p &\geq 3500 \\ \Leftrightarrow p &\geq 875 \end{aligned}$$

5. Menyatakan jawabnya sesuai yang ditanyakan pada masalah itu.

   Hasil produksi per bulan minimal 875 buah.

6. Pemeriksaan**:**

   Jika hasil produksinya 875 buah, maka

   keuntungan = $19000 \times 875 - (15000 \times 875 + 1000000)$ rupiah

   $= 4000 \times 875 - 1000000$ rupiah

   $= 3500000 - 1000000$ rupiah

   $= 2500000$ rupiah.

   Jika lebih dari 875, misal 876 buah, maka

   keuntungan = $19000 \times 876 - (15000 \times 876 + 1000000)$ (rupiah)

   $= 4000 \times 876 - 1000000$ rupiah

   $= 3504000 - 1000000$ rupiah

   $= 2504000$ rupiah (lebih dari Rp 2.500.000,00).

Latihan / Tugas 2

Kerjakanlah soal-soal di bawah ini!

1. Pada Contoh 1 KB-3 Penyelesaian Cara III dipilih umur anak *4 tahun yang lalu* adalah a tahun dan kemudian umur ayahnya dinyatakan dalam a. Bagaimana pendapat Anda jika dipilih umur ayah 4 tahun yang lalu b tahun dan umur anaknya dinyatakan dalam b?
2. Susunlah langkah-langkah menyelesaikan soal pada Contoh 1 dengan memilih variabel umur anak 3 tahun mendatang sebagai a dan umur bapaknya 3 tahun mendatang dinyatakan dalam a!
3. Jika Anda menyusun suatu soal tentang umur orangtua dan anaknya, dalam hal manakah soal dapat diselesaikan dengan cukup menggunakan satu variabel?

Refleksi

Setelah membaca/mempelajari bahan di atas, cobalah Anda merefleksi pembelajaran yang Anda lakukan selama ini dan pertimbangkan sebagai **pendidik**:

1. Apakah pembelajaran yang Anda lakukan cukup tepat dan telaten menangani masalah kesulitan siswa dalam memahami pernyataan verbal?
   a. dalam siswa mengubah bentuk verbal ke bentuk aljabar/model matematika langsung pada soal aplikasi/kehidupan sehari-hari, melalui langkah ungkapan sederhana atau langsung menyelesaikan soal dengan beberapa kalimat (yang lebih kompleks)?
   b. langsung menerjemahkan/mengubah ke model matematika atau menelaah ungkapan demi ungkapan?
2. Apakah siswa Anda dibiasakan mempertimbangkan pilihan variabel setelah memahami soal?
3. Apakah dalam membelajarkan siswa dalam memecahkan masalah verbal dibiasakan menuliskan/memisahkan hal yang diketahui dan masalah yang ditanyakan?
4. Apakah pembelajaran dalam pemodelan ini sering menggunakan gambar atau diagram, atau langsung menuliskan model matematikanya serta menggunakan langkah-langkah strategisnya?

BAB IV
PERBANDINGAN

Terhadap dua bilangan atau besaran Anda dapat menilik relasinya dan operasinya.

Perhatikan contoh berikut!

Membandingkan dan memperbandingkan dua besaran

	Pembandingan	Perbandingan
Uang Tuti Rp 2.500.000,00 dan uang Harun sebesar Rp 2.000.000,00	Uang Tuti lebih dari uang Harun	Perbandingan uang Tuti dan berbanding uang Harun adalah Rp 2.500.000 : Rp 2.000.000 atau 5 : 4. Dengan kata lain, uang Tuti $\frac{5}{4}$ kali uang Harun atau bisa juga ditulis uang Harun : uang Tuti = 4 : 5.
Bunga tabungan di Bank ”MATAHARI” 10%, sedangkan di Bank ”BINTANG” 11%.	Bunga tabungan di Bank ”MATAHARI” kurang dari bunga tabungan bank di Bank ”BINTANG”	Perbandingan bunga tabungan di bank MATAHARI dan Bank BINTANG adalah 10 : 11.

Kiranya Anda juga telah mengenal trikotomi relasi dua bilangan, yang menyatakan jika a dan b bilangan real, maka hanya satu dari ketiga relasi ini terjadi:

(i) $a < b$ (ii) $a = b$ (iii) $a > b$

Ketiganya dapat dipandang sebagai kegiatan membandingkan dua bilangan dimana yang satu kurang dari, sama, atau lebih dari lainnya.

Dalam memperbandingkan dua bilangan, perbandingannya dinyatakan dalam ”bentuk pembagian” (yang merupakan salah satu operasi aljabar), tetapi bukan hasil baginya. Bagian kedua inilah yang merupakan pokok masalah dalam bab ini.

Setelah mempelajari bab ini diharapkan para pembaca/guru matematika dapat:

1. menjelaskan pengertian perbandingan senilai dan perbandingan berbalik nilai.
2. membelajarkan siswa untuk mengenali masalah perbandingan senilai dan perbandingan berbalik nilai.

Untuk membantu Anda agar menguasai kemampuan tersebut, pembahasan bab ini dikemas dalam 3 (tiga) kegiatan belajar (KB) sebagai berikut.

1. Kegiatan Belajar-1: Perbandingan Senilai dan Berbalik Nilai
2. Kegiatan Belajar-2: Pembelajaran Perbandingan Senilai dan Berbalik Nilai
3. Kegiatan Belajar-3: Pemecahan Masalah Perbandingan Senilai dan Berbalik Nilai

A. Kegiatan Belajar 1: Perbandingan Senilai dan Berbalik Nilai

Apa yang dimaksud dengan perbandingan senilai? Apa pula perbandingan berbalik nilai? Bagaimana relasi antara variabel-variabelnya?

1. Perbandingan senilai

Contoh

Pak Bonar memiliki sebuah mobil. Untuk setiap perjalanan sejauh 10 km, mobil itu memerlukan 1 liter bensin. Dengan kata lain,

1 liter pertama bensin digunakan untuk menempuh jarak 10 km,
\+ 1 liter kedua digunakan untuk menempuh jarak 10 km

---

2 liter digunakan untuk menempuh jarak 20 km
\+ 1 liter ketiga digunakan untuk menempuh jarak 10 km lagi

---

3 liter digunakan untuk menempuh jarak 30 km, demikian seterusnya,
4 liter digunakan untuk menempuh jarak 40 km
5 liter digunakan untuk menempuh jarak 50 km

$\vdots$

Data di atas dapat disajikan dalam tabel berikut.

	Banyak Bensin (liter)		Jarak Tempuh (km)	
10 km ke-1	1	$\longleftrightarrow$	10	Baris ke-1
10 km ke-2	2	$\longleftrightarrow$	20	Baris ke-2
10 km ke-3	3	$\longleftrightarrow$	30	Baris ke-3
10 km ke-4	4	$\longleftrightarrow$	40	Baris ke-4
10 km ke-5	5	$\longleftrightarrow$	50	Baris ke-5
$\vdots$	$\vdots$		$\vdots$	$\vdots$
10 km ke- x	x	$\longleftrightarrow$	$10x$	Baris ke- x

Tampak adanya korespondensi satu-satu di antara banyaknya bensin (dalam liter) dengan jarak tempuh mobil (dalam km). Hubungan seperti itu disebut perbandingan senilai. Ciri dari perbandingan senilai di antaranya adalah semakin jauh jarak yang ditempuh akan memerlukan semakin banyak bensin. Begitu juga sebaliknya, semakin sedikit bensin yang disediakan akan semakin dekat jarak yang dapat ditempuh.

Secara umum, variabel x dan y dikatakan berbanding senilai, yaitu jika x diperbesar k kali, maka y juga diperbesar menjadi k kali.

$$x \leftrightarrow y \Rightarrow kx \quad \leftrightarrow ky$$

$$x \leftrightarrow y \Rightarrow x : k \quad \leftrightarrow y : k$$

Contoh: baris ke-2: $2 \leftrightarrow 20 \quad \Rightarrow$ Baris ke-4: $2 \times 2 \leftrightarrow 2 \times 20$

Pada tabel di atas tampak bahwa pada dua baris yang sama, perbandingan dua nilai di kolom ke-2 akan senilai dengan perbandingan dua nilai di kolom ke-4. Perhatikan baris ke-2 dan baris ke-4 berikut!

Baris ke-2	2	$\longleftrightarrow$	20
Baris ke-4	4	$\longleftrightarrow$	40

Sesuai yang dinyatakan di atas, perbandingan nilai-nilai pada kolom ke-2 adalah $4 : 2 = 2 : 1$ sama dengan perbandingan nilai-nilai pada kolom ke-4 yaitu $20 : 10 = 2 : 1$.

Demikianlah seterusnya bila diselidiki lebih lanjut. Perbandingan dengan ciri seperti itu disebut dengan **perbandingan senilai (perbandingan langsung)**.

2. Perbandingan berbalik nilai

Pak Bonar memiliki sebuah mobil. Suatu saat ia menjalankan mobilnya dengan kecepatan 60 km/jam. Artinya, dalam waktu 1 jam, jarak yang ditempuh mobil tersebut adalah 60 km. Di daerah yang cukup padat lalu lintasnya, kendaraan hanya diperbolehkan melaju dengan 45 km/jam.

Jika jarak yang ditempuh 90 km, berapa lama perjalanan dengan berkecepatan 60 km/jam? Berapa pula jika berkecepatan 45 km/jam? Di jalan yang rusak cukup parah, mobil itu harus dikurangi kecepatannya. Berapa lama perjalanannya untuk menempuh jarak 90 km bila kecepatannya dikurangi lagi menjadi hanya 30 km/ jam, 15 km/jam maupun 10 km/jam saja?

Jika kecepatannya dikurangi, selang waktu yang diperlukan semakin lama, atau untuk menempuh jarak tertentu itu bilangan waktunya semakin besar. Berikut ini disajikan tabel yang memuat hubungan antara kecepatan dengan waktu untuk jarak tertentu.

	Kecepatan (km / jam)		Waktu Tempuh (jam)
keadaan ke-1	60	$\longleftrightarrow$	1,5
keadaan ke-2	45	$\longleftrightarrow$	2
keadaan ke-3	30	$\longleftrightarrow$	3
keadaan ke-4	15	$\longleftrightarrow$	6
keadaan ke-5	10	$\longleftrightarrow$	9
$\vdots$	$\vdots$		$\vdots$
keadaan ke-n	x	$\longleftrightarrow$	$y = \frac{90}{x}$

Tabel di atas menunjukkan adanya korespondensi satu-satu antara kecepatan (dalam km/jam) dengan waktu tempuh (dalam jam). Jika kecepatannya turun, waktu yang diperlukan naik. Jika kecepatannya naik, waktu yang diperlukan berkurang secara beraturan. Hubungan seperti di atas disebut **perbandingan berbalik nilai.**

Secara umum, jika variabel di kolom kiri dikali k akan berakibat pada variabel yang bersesuaian di kolom kanan harus dibagi k kalinya. Namun jika variabel di kolom kiri dibagi k akan berakibat pada variabel yang bersesuaian di kolom kanan harus dikali k kalinya.

Dengan demikian, suatu keadaan bisa didapat dari keadaan lainnya dengan jalan mengalikan k pada kolom kirinya namun harus membagi dengan k pada kolom kanannya. Sebagai contoh, perhatikan keadaan ke-2 dan ke-5 berikut!

keadaan ke-2	30	$\longleftrightarrow$	3
	$\downarrow$: 3		$\downarrow$**× 3**
keadaan ke-5	10	$\longleftrightarrow$	9

Tabel di atas menunjukkan bahwa keadaan ke-5 dapat diperoleh dari keadaan ke-2 dengan membagi 3 pada 30 di kolom kiri dan mengalikan 3 pada 2 di kolom, kanan, sedangkan tabel di bawah ini menunjukkan sebaliknya yaitu keadaan ke-2 bisa didapat dari keadaaan ke-4 dengan mengalikan 3 pada 10 di kolom kiri dan membagi 3 pada 6 di kolom kanan.

keadaan ke-2	30	$\longleftrightarrow$	3
	$\uparrow$ × 3		$\uparrow$**: 3**
keadaan ke-5	10	$\longleftrightarrow$	9

Pada dua keadaan yang sama, perbandingan dua nilai di kolom kiri akan berbalik nilai dengan perbandingan dua nilai di kolom kanan. Bandingkan keadaan ke-2 dan keadaan ke-5 berikut!

keadaan ke-2	30	$\longleftrightarrow$	3
	$\uparrow$ **10 : 30**		$\uparrow$**9 : 3**
keadaan ke-5	10	$\longleftrightarrow$	9

Jika nilai pada keadaan ke-5 dibandingkan dengan nilai yang ada pada keadaan ke-2 akan didapat perbandingan nilai pada kolom kiri 10 : 30 = 1 : 3 akan berbalik nilai dengan perbandingan pada kolom kanannya yaitu 9 : 3 = 3 : 1 karena pada kolom kiri didapat 1 : 3 namun pada kolom kanan didapat 3 : 1.

Demikianlah seterusnya bila diselidiki lebih lanjut. Perbandingan dengan ciri seperti itu disebut dengan **perbandingan berbalik nilai**. Pada perbandingan berbalik nilai, nilai perbandingan dua nilai pada kolom kiri akan merupakan kebalikan dari perbandingan dua nilai pada kolom kanan, asal kedua perbandingan itu terletak pada dua keadaaan yang bersesuaian.

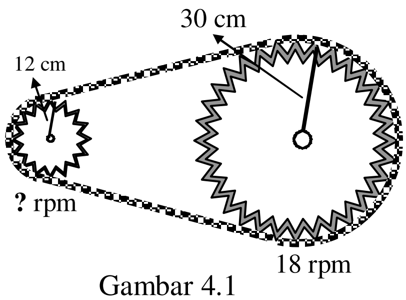
Secara sederhana: $\boldsymbol{x \leftrightarrow y \Rightarrow kx \leftrightarrow y/k}$

$$\boldsymbol{x \leftrightarrow y \Rightarrow x : k \leftrightarrow y \times k}$$

Dengan kata lain, hasil kali antara kedua ruas merupakan suatu konstanta atau nilainya tertentu, yaitu $\boldsymbol{xy}$.

B. Kegiatan Belajar-2: Pembelajaran Perbandingan Senilai dan Berbalik Nilai

Dari gambar di samping ini, persoalan menentukan putaran per menit dari roda kecil tersebut (lihat tanda tanya) merupakan masalah perbandingan senilai ataukah perbandingan berbalik nilai?



Gambar 4.1

1. Pembelajaran Jenis Perbandingan

Pengenalan perbandingan senilai dapat dimulai dari pengalaman belajar siswa dalam aritmetika tentang pecahan senilai yang terkait dengan pembagian atau perkalian pembilang dan penyebut pecahan dengan bilangan yang sama.

Salah satu bentuk pembagian, misalnya 18 dibagi 12 dapat dinyatakan dengan 18 : 12, atau $\frac{18}{12}$. Bentuk terakhir tersebut dapat disederhanakan menjadi $\frac{9}{6}$ atau $\frac{3}{2}$. Kedua bentuk tersebut dikatakan senilai, dan senilai juga dengan bentuk awalnya, $\frac{18}{12}$.

Dituliskan, $\frac{18}{12} = \frac{9}{6} = \frac{3}{2}$.

Hal tersebut mempunyai makna bahwa $\frac{18}{12}$, $\frac{9}{6}$, dan $\frac{3}{2}$ nilainya sama. Nilai yang sama tersebut dapat diperoleh dengan cara berturut-turut membagi pembilang dan penyebut dengan bilangan sama. Sebaliknya, jika dipandang dari $\frac{3}{2} = \frac{9}{6} = \frac{18}{12}$, bentuk kedua dan ketiga diperoleh dengan mengalikan pembilang dan penyebutnya dengan bilangan yang sama. Jadi, perbandingan yang menghasilkan nilai sama (senilai) tersebut dapat terjadi dengan cara membagi atau mengalikan bilangan-bilangan yang diperbandingkan dengan bilangan yang sama.

Dengan contoh-contoh misalnya contoh seperti pada Kegiatan Belajar-1 dan dengan tanya jawab, siswa dibimbing untuk memperoleh pemahaman tentang konsep:

- **Perbandingan senilai**

  Jika ada dua variabel *x* dan *y*, maka *y* dikatakan berbanding senilai dengan *x* jika untuk setiap *k* berlaku $y = kx$ atau

  $$\boldsymbol{x \leftrightarrow y \quad \Rightarrow kx \quad \leftrightarrow ky}$$
  $$\boldsymbol{x \leftrightarrow y \quad \Rightarrow x : k \quad \leftrightarrow y : k}$$

- **Perbandingan berbalik nilai**

  Jika ada dua variabel *x* dan *y*, maka *y* dikatakan berbanding berbalik nilai dengan *x* jika untuk setiap *k* berlaku $y = \frac{k}{x}$, atau

  $$\boldsymbol{x \leftrightarrow y \quad \Rightarrow kx \quad \leftrightarrow y/k}$$
  $$\boldsymbol{x \leftrightarrow y \quad \Rightarrow x : k \quad \leftrightarrow y \times k}$$

Tidak setiap siswa mudah memahami perbedaan antara perbandingan senilai dan perbandingan berbalik nilai. Pemberian contoh kontekstual dari peristiwa sederhana merupakan awal yang baik untuk memahami masing-masing jenis perbandingan. Contoh yang disajikan pada Kegiatan Belajar-1 kiranya dapat digunakan sebagai bahan yang tidak sulit untuk dipahami siswa SMP, sedangkan ketiga contoh pada Pasal 1 Kegiatan Belajar-2 kiranya dapat digunakan sebagai contoh dalam menentukan jenis perbandingan.

Namun, perlu diketahui bahwa tidak semua masalah terkait dengan kedua jenis perbandingan tersebut. Mungkin terkait dengan jenis perbandingan lainnya, tetapi mungkin juga masalah yang sama sekali tidak terkait perbandingan. Karena itu, dalam latihan identifikasi masalah perbandingan dapat diselipi masalah yang tidak terkait dengan perbandingan senilai maupun perbandingan berbalik nilai.

2. Menentukan Jenis Perbandingan

Perhatikanlah kembali contoh pada Kegiatan Belajar-1

Tabel perjalanan:

Banyak Bensin (liter)		Jarak Tempuh (km)
1	$\longleftrightarrow$	10
2	$\longleftrightarrow$	20
3	$\longleftrightarrow$	30
4	$\longleftrightarrow$	40
5	$\longleftrightarrow$	50
$\vdots$		$\vdots$
x	$\longleftrightarrow$	$y = 10x$

Pada tabel tersebut $y = 10x$. Semakin besar x semakin besar pula y; semakin kecil x semakin kecil juga nilai y. Ini mengindikasikan kejadian perbandingan senilai. Kecenderungan perubahan itu dapat digunakan sebagai indikator jenis perbandingannya. Hal itu akan nampak jelas jika Anda cari situasi ekstremnya. Perhatikan tabel kecepatan - waktu dari Kegiatan Belajar-1!

	Kecepatan (km/jam)		Waktu Tempuh (jam)
keadaan ke-1	60	$\longleftrightarrow$	1,5
keadaan ke-2	45	$\longleftrightarrow$	2
keadaan ke-3	30	$\longleftrightarrow$	3
keadaan ke-4	15	$\longleftrightarrow$	6
keadaan ke-5	10	$\longleftrightarrow$	9
$\vdots$	$\vdots$		$\vdots$
keadaan ke-n	x	$\longleftrightarrow$	$y = \dfrac{90}{x}$

Di sini $x \longleftrightarrow y = \dfrac{90}{x}$. Semakin besar nilai x yaitu pembagi 90, maka nilai y semakin kecil. Sebaliknya dengan x yang semakin kecil, nilai y semakin besar. Ini mengindikasikan kejadian perbandingan berbalik nilai. Kecenderungan perubahan itu dapat digunakan sebagai indikator jenis perbandingannya. Hal itu sekali lagi akan nampak jelas jika Anda cari situasi ekstremnya.

Contoh 1.

Dua orang tukang cat dalam 3 hari dapat mengecat 60 lembar seng. Berapa seng dapat dicat oleh 4 orang selama 5 hari?

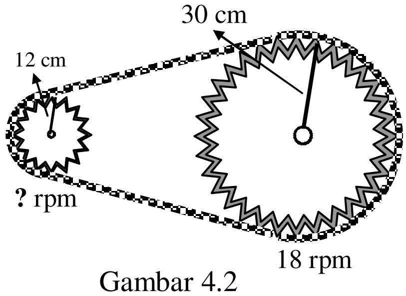
Ada 2 orang dalam 3 hari mengecat 60 lembar seng. Jika yang mengecat hanya 1 orang dapat diperkirakan bahwa banyaknya seng yang dapat dicat berkurang. Dengan kata lain, pengurangan variabel yang satu akan menyebabkan pengurangan variabel lainnya. Hal ini memberikan kecenderungan bahwa masalahnya berkaitan dengan perbandingan senilai.

Contoh 2.

Suatu pekerjaan borongan (yang dapat dilaksanakan bersama oleh banyak orang) dapat diselesaikan oleh 40 orang selama selama 30 hari. Berapa pekerja harus ditambahkan agar pekerjaan itu dapat diselesaikan dalam 24 hari?
Satu pekerjaan diselesaikan oleh 40 orang dalam 30 hari. Jika dikerjakan oleh hanya 1 orang dapat selesai berapa hari?
Tanpa menjawabnya Anda atau siswa Anda mungkin akan mengatakan ”lama sekali”. Artinya, jika banyak orangnya dikurangi, banyak harinya bertambah. Ini mengindikasikan bahwa masalah itu berkait dengan perbandingan berbalik nilai.

Contoh 3.

Dari gambar di samping ini, persoalannya merupakan masalah perbandingan senilai ataukah perbandingan berbalik nilai?



Gambar 4.2

Misalnya panjang rantainya adalah p cm, keliling roda besar (dengan R = 30 cm) adalah K_b dan keliling roda kecil adalah K_k, maka saat satu kali rantai berputar, roda besar berputar sebanyak $\frac{p}{K_b}$ dan roda kecil sebanyak $\frac{p}{K_k}$, dengan $K_b > K_k$. Pembagian konstanta oleh pembagi yang lebih besar menghasilkan hasil bagi lebih kecil. Karena itu $\frac{p}{K_b} < \frac{p}{K_k}$, atau jika roda makin besar, banyak banyak putaran makin kecil. Jadi, masalah itu berkait dengan perbandingan berbalik nilai.

C. Kegiatan Belajar-3: Pemecahan Masalah Perbandingan Senilai dan Berbalik Nilai

Bagaimana cara menyelesaikan masalah yang berhubungan dengan perbandingan senilai dan perbandingan berbalik nilai?

1. Masalah Perbandingan Senilai

Berdasar uraian pada Kegiatan Belajar-1, dapat dikembangkan paling tidak dikenal tiga cara untuk menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan perbandingan senilai, yaitu dengan perhitungan berdasar:

a. hasil kali b. satuan c. perbandingan

a. Perhitungan berdasar hasil kali

Sebagaimana dinyatakan di atas, jika suatu variabel di kolom kiri diperbesar atau diperkecil n kali maka variabel yang bersesuaian di kolom kanan akan diperbesar atau diperkecil n kali juga.

$$\boldsymbol{x \leftrightarrow y \;\Rightarrow kx \quad \leftrightarrow ky}$$

$$\boldsymbol{x \leftrightarrow y \;\Rightarrow x : k \;\leftrightarrow y : k}$$

Jadi, pada perbandingan senilai yang disajikan dengan tabel seperti di atas, suatu baris bisa didapat dari baris lainnya dengan cara mengalikan atau membagi dengan bilangan yang sama. Sifat inilah yang menjadi dasar penyelesaian soal berdasar hasil kali berikut.

Contoh.

Buce adalah seorang tukang cat yang diminta mengecat di rumah seorang pengusaha yang sedang membangun rumah baru. Biasanya, dengan 5 liter cat merk tertentu ia dapat mengecat dinding seluas 20 m^2. Luas dinding yang diminta kepadanya untuk dicat adalah 80 m^2. Pemilik rumah menyediakan 15 liter dengan merk yang sama yang biasa digunakan Buce. Berlebih atau kurangkah persediaan catnya?

Jawab:

Misalkan luas dinding yang dapat dicat adalah x m^2.

Soal di atas dapat diperjelas dengan diagram berikut.

Cat yang digunakan		Luas dinding
5	$\longleftrightarrow$	20
$\downarrow$		$\downarrow$
15	$\longleftrightarrow$	x

Karena 15 diperoleh dari mengalikan 5 dengan 3, maka x, yaitu luas dinding yang dapat dicat dengan 15 liter tersebut diperoleh dengan mengalikan 20 dengan 3. Jadi, diperoleh gambaran:

Cat yang digunakan	Luas dinding
5	20
$\downarrow$	$\downarrow$
$\times 3$	juga $\times 3$
Menjadi 15	$x = 20 \times 3 = 60$

Jadi, dengan 15 liter hanya dapat dicat seluas 60 m^2. Cat yang disediakan kurang.

b. Perhitungan berdasar satuan

Perhitungan berdasar satuan ini banyak didasarkan pada perhitungan berdasar hasil kali. Untuk menyelesaikan soal berdasar satuan, maka dari yang diketahui, lebih dahulu dicari nilai variabel untuk 1 satuan. Setelah itu, baru dikalikan dengan variabel yang ditanyakan. Soal di atas dapat diselesaikan dengan perhitungan berdasar satuan sebagai berikut.

Misalkan luas dinding yang dapat dicat adalah x m^2.

Yang digunakan	**Luas hasil pengecatan**
5 liter	20 m^2
$\downarrow$dibagi 5	$\rightarrow$ dibagi 5 $\downarrow$
1 liter	4 m^2
$\downarrow$ kali 15	$\rightarrow$ dikali 15 $\downarrow$
15 liter	$x = 15 \times 4$ m^2 = 60 m^2

Jadi, dengan 15 liter akan dapat dicat 60 m^2. Berarti persediaan catnya kurang.

c. Perhitungan berdasar perbandingan

Perhitungan berdasar perbandingan ini menggunakan sifat perbandingan senilai, yaitu perbandingan dua elemen. Karena yang dapat dibandingkan adalah variabel dengan satuan sama, maka situasi, jika dimisalkan luas dinding yang dapat dicat adalah x m^2, maka dapat digambarkan seperti berikut.

Cat yang digunakan		Luas dinding
5 liter	$\longleftrightarrow$	20 m^2
15 liter	$\longleftrightarrow$	x m^2

Jika dinyatakan sebagai perbandingan diperoleh $\frac{5}{15}$ dan $\frac{20}{x}$.

Karena keduanya senilai, berarti $\frac{5}{15} = \frac{20}{x} \Leftrightarrow 5x = 15 \times 20 \Leftrightarrow x = 60$.

Jadi, dengan 15 liter akan dapat dicat 60 m^2. Berarti persediaan catnya kurang.

2. Masalah Perbandingan Berbalik Nilai

Berdasar uraian pada Kegiatan Belajar-1 maka dapat dikembangkan paling tidak dikenal tiga cara untuk menyelesaikan soal-soal yang berkait dengan perbandingan berbalik nilai yaitu perhitungan berdasar:

a. hasil kali b. satuan c. perbandingan

Contoh.

Dari kota *A* ke kota *B*, sebuah kendaraan dapat menempuhnya selama 6 jam dengan kecepatan rata-rata 60 km/jam. Jika jarak itu akan ditempuhnya selama 5 jam saja, berapa rata-rata kecepatan mobilnya?

Jawab:

a. Perhitungan berdasar hasil kali.

Untuk menempuh jarak tertentu, jika ingin menempuh dalam waktu yang lebih pendek, tentu saja diperlukan kecepatan yang lebih. Dengan demikian maka hubungan antara kecepatan dan waktu tempuh merupakan perbandingan berbalik nilai. Dengan demikian, kerangka penyelesaiannya adalah sebagai berikut.

Misal kecepatannya x km/jam.

Kecepatan (km/jam)		Waktu tempuh (jam)
60	$\longleftrightarrow$	6
x	$\longleftrightarrow$	5

Jarak yang ditempuh sama, dan jarak itu merupakan hasil kali kecepatan dan waktunya. dengan demikian maka: $60 \times 6 = x \times 5 \Leftrightarrow x = 72$

Jadi kecepatan yang diperlukan agar dapat ditempuh hanya dalam 5 jam adalah 72 km/jam.

b. Perhitungan berdasar satuan

Soal yang sama pada cara 1 akan diselesaikan dengan cara 2.

Misal kecepatannya x km/jam.

Untuk menempuh 1 perjalanan dengan kecepatan 60 km/jam diperlukan waktu 6 jam. Berarti, dengan kecepatan 1 km/jam dan waktu 6 jam ditempuh $\frac{1}{60}$ perjalanan.

Dengan kecepatan 1 km/jam dan waktu 1 jam, ditempuh $\frac{1}{6} \times \frac{1}{60} = \frac{1}{360}$ perjalanan.

Secara umum, dengan kecepatan rata-rata x km/jam dan waktu tempuh 1 jam, ditempuh $x \times \frac{1}{360}$ perjalanan = $\frac{x}{360}$ perjalanan, sehingga untuk 1 perjalanan diperlukan waktu $\frac{360}{x}$ jam.

Karena waktu tempuhnya 5 jam berarti $5 = \frac{360}{x} \Leftrightarrow 5x = 360 \Leftrightarrow x = 72$.

Jadi, dengan waktu 5 jam maka kecepatannya adalah 72 km/jam.

c. Perhitungan berdasar perbandingan

Masalahnya adalah:

$$\begin{array}{ccc} \text{Kecepatan (km/jam)} & & \text{Waktu tempuh (jam)} \\ \downarrow\ 60 & \longleftrightarrow & 6\ \uparrow \\ x & \longleftrightarrow & 5 \end{array}$$

Dengan alasan sama, masalahnya menyangkut perbandingannya berbalik nilai, sehingga "arah perbandingannya" berbalik seperti digambarkan di atas. Diperoleh:

$$\frac{60}{x} = \frac{5}{6} \Leftrightarrow 5x = 360 \Leftrightarrow x = 72$$

Jadi, kecepatan rata-ratanya 72 km/jam.

3. Beberapa Jenis Masalah Perbandingan Senilai dan Berbalik Nilai

Contoh 1

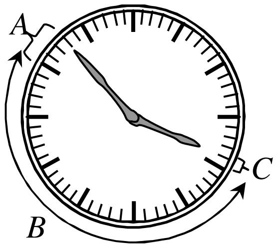
Tentukan ukuran sudut terbesar yang dibangun jarum pendek dan jarum panjang suatu jam pada pukul 03.53!

Contoh Model Pembelajaran:

(1) Coba Yanto, pergi ke laboratorium Matematika, ambilkan model jam.

(2) Gantungkanlah model jam itu di depan dan aturlah jarum panjang dan pendek sehingga menunjukkan pukul 03.53!

(3) (Yanto menunjukkan model)



Gambar 4.3

(4) Mana yang lebih mudah, menghitung A, B, ataukah C?

(5) Menghitung B

(a) Tentukan ukuran busur suatu lingkaran! $360°$

(b) Tentukan ukuran busur tiap dua angka berurutan pada jam $\dfrac{360°}{12} = 30°$

(c) Tentukan B! $6 \times 30° = 180°$

(6) Menghitung A

(a) Berapa lama jarum panjang bergerak dari angka 10 ke 11? 5 menit

(b) Berapa lama jarum panjang bergerak dari pukul 3.50 ke kedudukan akhir pukul 3.53 3 menit

(c) Tentukan A! $\dfrac{3}{5} \times 30° = 18°$

(7) Menghitung C

(a) Berapa lama jarum pendek bergerak dari 3 ke 4? 60 menit

(b) Berapa lama jarum pendek bergerak dari posisi pukul 3.53 ke pukul 4? 7 menit

(c) Tentukan C! $\dfrac{7}{60} \times 30° = 3{,}5°$

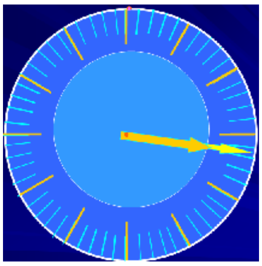
(8) Tentukan ukuran busur terbesar yang dibangun oleh jarum panjang dan pendek!

$u\angle A + u\angle B + u\angle C = 180° + 18° + 3{,}5° = 201{,}5°$.

Jadi ukuran sudut terbesar yang dibangun jarum pendek dan jarum panjang suatu jam pada pukul 03.53 adalah 201,5°

Contoh 2

Gambar 4.4a



Gambar 4.4b

Penyelesaian:

Cara I

Misalkan kedua jarum berimpit setelah x menit. Kedua putaran jarum ke arah sama. Makin banyak putaran jarum panjang, makin banyak pula putaran jarum pendek. Jadi, masalah tersebut berupa masalah perbandingan senilai. Pada setiap jam, jarum menempuh menempuh 360°, jarum pendek menempuh 30°.

	Besar busur yang ditempuh	
	Jarum Panjang	Jarum Pendek
60 menit 1 menit	360° 6°	30° 0,5°
x menit	$6x^{o}$	$0{,}5x^{o}$
dihitung dari kedudukan angka 3	$6x° - 90°$	$0{,}5x^{o}$

Persamaan: $6x - 90 = 0{,}5x$

$\Leftrightarrow\ 5{,}5x = 90$

$\Leftrightarrow\ x = 900/55$

$= 16{,}363636...$

Kedua jarum jam berimpit pada pukul 3 lebih $16{,}\overline{36}$ menit.

Cara II

Misalkan kedua jarum berimpit setelah yang pendek menempuh $x°$.

Maka, jarum panjang menempuh $(90 + x)°$.

$$\frac{90+x}{360} = \frac{x}{30} \Leftrightarrow \frac{90+x}{12} = \frac{x}{1} \Leftrightarrow 12x = 90 + x \Leftrightarrow 11x = 90 \Leftrightarrow x = \frac{90}{11} = 8\frac{2}{11}$$

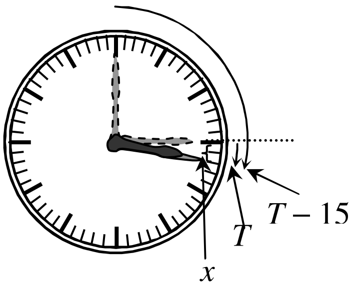
Berarti, kedua jarum berimpit setelah jarum pendek menempuh $8\frac{2}{11}$ derajat.

Untuk jarum pendek, setiap 0,5° ditempuh selama 1 menit sehingga $8\frac{2}{11}$ derajat ditempuh selama $8\frac{2}{11}$ **:** $0{,}5 = 16\frac{4}{11}$ menit = $16{,}\overline{36}$ menit.

Jadi, kedua jarum berimpit pada pukul 3 lewat $16{,}\overline{36}$ menit.

Cara III

Contoh Model Pembelajaran:



Gambar 4.5

(1) Tepat pukul 03.00 jarum panjang dan pendek bergerak serentak.

(2) Jarum pendek bergerak lambat dan jarum panjang bergerak cepat.
Inilah yang mengakibatkan jarum panjang dan pendek berimpit.

(3) Tulis T: waktu yang diperlukan jarum pendek!

(4) Tentukan waktu yang diperlukan jarum panjang dari angka 3 ke posisi berimpit! (Jawab: ($T - 15$) menit)

(5) Tulis x: ukuran busur yang dibangun jarum pendek!

(6) Tentukan x untuk kasus jarum pendek. (Jawab: $x = \frac{T}{60} \times 30 = \frac{T}{2}$)

(7) Tentukan x untuk kasus jarum panjang! (Jawab: $x = \frac{T-15}{5} \times 30 = 6T - 90$)

(8) Tentukan T! (Jawab: $\frac{T}{2} = 6T - 90 \Leftrightarrow T = \frac{180}{11}$)

(9) $180 = 11 \times 16 + 4$ dan $4 \times 60 = 240 \approx 11 \times 22$.

(10) Jadi, kedua jarum jam berimpit pada pukul 03.16.22.

Contoh 3

Sebuah bejana tertutup volumnya 6 dm^3 dalam kondisi temperatur tetap ditekan sehingga volumnya menjadi 4 dm^3 dengan tekanan 126 cm Hg. Berapakah tekanan dalam bejana itu mula-mula?

Jawab:

Bejana yang diperkecil volumnya menyebabkan tekanannya bertambah (Hukum Boyle). Peristiwa ini berkaitan dengan perbandingan berbalik nilai.

Misalkan bejana mula-mula volumnya 6 dm^3 dan tekanannya p cm Hg.

Volumnya menjadi 4 dm^3 dengan tekanan 126 cm Hg.

Maka, $\frac{6}{4} = \frac{126}{x} \Leftrightarrow 6x = 4 \times 126$

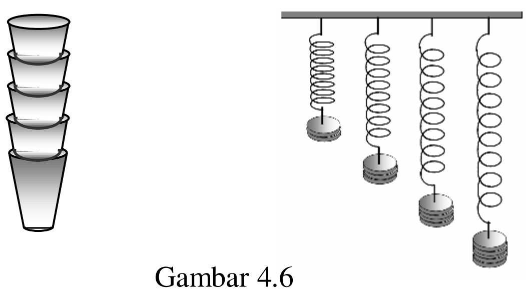
$\Leftrightarrow \quad x = 84$

Jadi, tekanan dalam bejana itu mula-mula 84 cm Hg.

Latihan/Tugas 3:

Jawablah pertanyaan-pertanyaan berikut!

1. Apakah yang berikut ini merupakan kejadian perbandingan senilai? Berikan penjelasan!
   a. banyaknya tenaga kerja harian dengan upah yang mereka terima
   b. banyaknya buku tulis jenis tertentu dengan harga yang harus dibayar
   c. banyaknya baju sejenis dengan ongkos pembuatannya
   d. banyaknya baju sejenis yang dijemur dengan kurun waktu yang diperlukan untuk mengeringkannya
   e. tinggi tumpukan gelas dengan banyak gelasnya
   f. pertambahan tinggi tumpukan gelas dengan banyak gelasnya
   g. panjang pegas dengan berat bebannya
   h. pertambahan panjang pegas dengan berat pertambahan bebannya



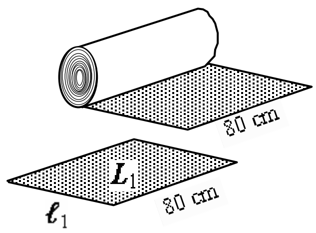
Gambar 4.6

   i. lamanya waktu benda jatuh bebas dari berbagai ketinggian
   j. besarnya ukuran cc silinder sepeda motor dengan nilai jual sepeda motor

k. banyaknya pekerja yang diperlukan dengan waktu penyelesaian suatu pekerjaan
l. banyaknya cairan di suatu bejana dengan suhu cairan tersebut.

2. Manakah di antara yang di bawah ini merupakan kejadian perbandingan berbalik nilai?
   a. banyaknya tenaga kerja harian dengan kecepatan menyelesaikan pekerjaan
   b. banyaknya buku tulis jenis tertentu dengan harga yang harus dibayar
   c. tinggi tumpukan gelas dengan banyak gelasnya
   d. banyaknya baju sejenis yang dijemur dengan kurun waktu yang diperlukan untuk mengeringkannya
   e. banyaknya anggota keluarga dengan banyaknya beras yang perlu ditanak
   f. lamanya waktu benda yang dilemparkan ke atas dengan ketinggiannya
   g. besarnya ukuran cc silinder sepeda motor dengan nilai jual sepeda motor
   h. banyaknya pekerja yang diperlukan dengan waktu penyelesaian suatu pekerjaan
   i. banyaknya cairan di suatu bejana dengan suhu cairan tersebut.

3. Gulungan seng yang lebarnya 80 cm, dipotong sepanjang 10 cm, 20 cm, 30 cm, 40 cm, ... susunlah tabel perubahan nilai dari variabel-variabel panjang dan luas potongan. Terkait perbandingan senilai, apakah berbalik nilai atau bukan kedua-duanya?



Gambar 4.7

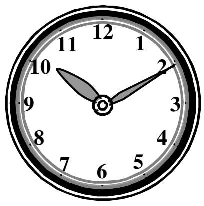
4. Jika k adalah konstanta, dalam bentuk persamaan $V = kxyz^2$, apakah
   a. V berbanding senilai dengan k?
   b. V berbanding senilai dengan x?
   c. V berbanding senilai dengan y?
   d. V berbanding senilai dengan z?
   e. x berbanding senilai dengan y?

   Berilah penjelasan!

Kerjakan soal No. 5 dan 6 masing-masing dengan 3 cara!

5. Delapan orang di suatu kelas sudah membeli buku pelajaran Fisika dengan jumlah harga Rp. 32.000,00. Berapakah yang harus dibayar jika 40 orang siswa seluruhnya membeli buku semacam itu? Kerjakan dengan tiga cara!

6. Dengan kecepatan rata-rata tertentu, sebuah mobil menempuh jarak 108 km dalam dua jam. Berapakah yang dapat ditempuh mobil itu selama 3 jam?



Gambar 4.8

7. Setelah pukul 10.00, pukul berapakah kedua jarum jam dinding berimpit untuk pertama kalinya?

8. Dalam waktu 5 menit, air yang dapat ditampung melalui suatu pipa adalah 18 liter. Bejana penampung air volumnya 640 dm^3. Jika airnya dialirkan selama 3 jam, apakah bak itu sudah penuh, belum penuh, atau airnya telah meluap?

9. Suatu pekerjaan dapat diselesaikan oleh 20 orang dalam 15 hari. Berapa lama pekerjaan itu selesai dikerjakan oleh 25 orang dengan kemampuan sama dengan pekerja sebelumnya?

10. Suatu pekerjaan dapat diselesaikan oleh 30 orang dalam 15 hari. Berapa pekerja dengan kemampuan sama harus ditambahkan agar pekerjaan itu dapat dipercepat 5 hari?

11. Suatu pekerjaan jika dikerjakan oleh 6 orang tenaga profesional dapat selesai dalam 30 hari, sedangkan jika dikerjakan oleh 5 orang non profesional selesai dalam 48 hari. Jika hanya tersedia 3 orang profesional sedangkan pekerjaan itu harus selesai dalam 30 hari, berapa orang nonprofesional harus dipekerjakan?

BAB V
PENUTUP

A. Rangkuman

1. Variabel (peubah) adalah sebuah lambang/simbol atau gabungan simbol yang mewakili (menunjuk pada; *designate*) sebarang anggota pada suatu himpunan semesta.

2. Konstanta adalah sebuah lambang/simbol atau gabungan simbol yang mewakili (menunjuk pada; *designate*) anggota tertentu pada suatu semesta pembicaran.

3. Bentuk Aljabar Simbol-simbol atau gabungan simbol, baik berupa angka maupun huruf yang melambangkan bilangan yang dikenai operasi penjumlahan, pengurangan, perkalian, pembagian, perpangkatan maupun penarikan akar.

   Contoh bentuk aljabar: 5; $\frac{4}{17}$; a; $2a$; a^2; $5x$; $a + b$; $5(a + b)$; $\frac{2x+3}{4}$; $\sqrt[3]{a}$.

4. Komponen dalam bentuk aljabar adalah suku yang dipisahkan oleh lambang operasi penjumlahan atau pengurangan.

5. Suku sejenis adalah suku yang lambang variabelnya dalam bentuk huruf, sama, baik macam maupun pangkatnya.

   Contoh: $5xy$, $-7xy$, $15xy$.

6. Suku Banyak (Polinom): Bentuk-bentuk aljabar yang suku-sukunya merupakan perpangkatan bilangan cacah dari satu atau lebih variabel.
   a. Derajat polinom adalah jumlah pangkat tertinggi dari variabelnya dalam satu suku. Misalnya polinom $9xy^2 - 4x^3z + 2x^4y^2 + 12$ suku banyak berderajat 6.
   b. Polinom(ial) satu variabel (x) berderajat n:

   $$a_nx^n + a_{n-1}x^{n-1} + a_{n-2}x^{n-2} + a_{n-3}x^{n-3} + \ldots + a_1x + a_0$$

   dengan a_n, a_{n-1}, a_{n-2}, a_{n-3}, … a_1, dan $a_n \neq 0$ adalah konstanta-konstanta.

(i) Jika n tertinggi 2, di atas $ax^2 + bx + c$, disebut sebagai bentuk kuadrat satu variabel dengan a, b, dan c konstanta.

(ii) Jika n tertinggi 1, ditulis $ax + b$, disebut bentuk aljabar berderajat satu dan dikenal pula dengan bentuk linear dengan satu variabel dengan a dan b konstanta.

(iii) Jika n tertinggi 0, bentuk aljabarnya c, berderajat 0 (sehingga bukan bentuk linear).

c. Suku dua disebut juga binom. Contoh: $a + b$.

7. Koefisien

   Bagian konstanta dari suku-suku yang memuat (menyatakan banyaknya) variabel disebut koefisien variabel yang bersangkutan.

8. Faktor adalah pembagi bulat dari sebuah bentuk aljabar.

9. Pernyataan adalah kalimat (kalimat deklaratif; kalimat berita) yang bernilai benar saja atau salah saja (tetapi tidak sekaligus benar dan salah). Kebenaran pernyataan mengacu pada kecocokan pernyataan itu dengan keadaan sesungguhnya.

10. Kalimat Terbuka adalah kalimat yang memuat variabel, dan jika variabelnya diganti dengan konstanta akan menjadi sebuah pernyataan (yang bernilai benar saja atau salah saja).

11. Persamaan adalah kalimat terbuka yang menggunakan relasi "sama dengan" (lambang: "=").

12. Pertidaksamaan adalah kalimat terbuka yang menggunakan tanda relasi $<$, $>$, $\leq$, $\geq$, atau $\neq$. Dalam masalah aljabar, biasanya pertidaksaman terkait dengan empat lambang pertama.

13. Penyelesaian Kalimat Terbuka variabel adalah konstanta (atau konstanta-konstanta) anggota daerah definisinya yang jika digantikan (disubstitusikan) pada variabel dalam kalimat itu, kalimat terbuka semula menjadi pernyataan yang bernilai benar. Penyelesaian persamaan disebut juga akar persamaan. Dikatakan pula bahwa penyelesaian itu memenuhi kalimat terbuka tersebut.

14. Himpunan penyelesaian suatu kalimat terbuka adalah himpunan semua penyelesaian kalimat terbuka tersebut.

15. Alternatif Menyusun Bentuk Aljabar dari Masalah Verbal diawali menyusun bentuk aljabar dari soal yang memuat kalimat verbal yang cukup sederhana. Hal tersebut dibantu dengan membuat diagram situasi dan berlatih menerjemahkan kalimat biasa yang cukup sederhana menjadi kalimat matematika.

16. Menyelesaikan soal cerita
    a. Pilihlah sebuah variabel!
    b. Susunlah bentuk-bentuk aljabar!
    c. Susunlah model matematikanya!
    d. Selesaikan kalimat terbuka atau model matematikanya!
    e. Nyatakan jawaban sesuai yang ditanyakan pada masalah itu!
    f. Periksa kebenaran jawaban dengan "mengembalikannya" ke persoalan awal.

17. Perbandingan senilai

    Jika ada dua variabel x dan y, maka y dikatakan berbanding senilai dengan x jika untuk setiap k berlaku $y = kx$, atau

    $$x \leftrightarrow y \Rightarrow kx \quad \leftrightarrow ky$$
    $$x \leftrightarrow y \Rightarrow x : k \quad \leftrightarrow y : k$$

18. Perbandingan berbalik nilai

    Jika ada dua variabel x dan y, maka y dikatakan berbanding berbalik nilai dengan x jika untuk setiap k berlaku $y = \frac{k}{x}$, atau

    $$x \leftrightarrow y \quad \Rightarrow \quad kx \quad \leftrightarrow \quad y/k$$
    $$x \leftrightarrow y \quad \Rightarrow \quad x : k \quad \leftrightarrow \quad y \times k$$

B. Beberapa Catatan

Aljabar merupakan bahasa simbol dan relasi yang bermanfaat dan dapat digunakan untuk memecahkan masalah matematika yang terkait dengan masalah sehari-hari.

Namun untuk memecahkan masalah tersebut, bagian langkah yang oleh banyak guru dirasakan menyulitkan adalah mengubah masalah sehari-hari atau soal cerita itu ke dalam model matematika. Untuk itu, usaha awal untuk memulai, contoh langkah menyelesaikan masalah, terutama sampai pada pembentukan model matematika telah dicoba disajikan di sini. Pertama berdasar pengalaman penulis, kedua berdasarkan saran beberapa penulis buku pelajaran aljabar, dan ketiga dengan memperhatikan hasil kajian atau penelitian tentang aljabar. Semuanya telah dicoba untuk dipadukan. Enam langkah dalam menyusun dan menyelesaikan masalah verbal yang disampaikan diharapkan dapat memudahkan siswa dalam menyelesaikan masalah verbal. Namun, hal tersebut hendaknya dipandang sebagai alternatif. Dengan demikian, dari gagasan yang tertuang tersebut dapat dikembangkan alternatif lain yang pada saatnya dapat digunakan untuk membantu guru dalam memecahkan masalah yang menjadi tanggung jawab profesinya.

Perbandingan senilai dan berbalik nilai yang disajikan juga telah diusahakan dipadu dari beberapa pengalaman penulis bersama dengan para guru di lapangan. Untuk membedakan keduanya, antara lain saran penggunaan situasi ekstrem dapat kiranya dicobakan.

Tiada gading yang tak retak, apalagi tulisan ini bukan senilai gading yang sedemikian berharganya sehingga tentu banyak kekurangan dan kesalahan walau sudah diusahakan ditiadakan. Oleh karena itu, koreksi atas semua kekurangan dan kesalahan dalam sajian ini akan kami terima dengan senang hati. Semoga bahan ini bermanfaat, baik untuk diterapkan maupun untuk memberikan acuan mencari alternatif yang lebih baik.

Seperti disampaikan pada bagian Pendahuluan, semua tugas hendaknya dikerjakan dan kemudian dipertukarkan dengan teman dalam MGMP agar pendapat dan komentar dapat saling memberdayakan. Untuk itu diperlukan kejujuran dan keterbukaan anggota teman "se-tim" dalam memberikan komentar dan penilaian. Jika teman dalam MGMP memberikan nilai minimal 75% dari hasil jawaban Anda, maka Anda dianggap memahami paket ini.

Untuk mengetahui sejauh mana pemahaman Anda atas paket ini, secara berpasangan dalam kegiatan MGMP Anda dipersilahkan untuk mengerjakan ”Tugas Akhir” pada Lampiran 1 yang terlampir pada paket fasilitasi ini.

Terima kasih.

C. Tugas Akhir

1. Kerjakanlah soal-soal pada Bab III Kegiatan Belajar-1 butir 4 dengan perintah “***Nyatakan dalam bentuk kalimat terbuka dengan mengandaikan variabelnya sesuai pilihan Anda***”*!*
2. Susunlah sebuah masalah atau soal yang terkait dengan kehidupan sehari-hari atau dalam aritmetika sosial yang penyelesaiannya memerlukan penggunaan persamaan linear atau sistem persamaan linear dua variabel dengan menyertakan jawaban yang memuat langkah-langkah penyelesaiannya dengan rinci, sedemikian sehingga langkah penyelesaiannya tidak melibatkan banyak pecahan!
3. Suatu pekerjaan jika dikerjakan oleh 5 orang tenaga profesional dapat selesai dalam 48 hari, sedangkan jika dikerjakan oleh 9 orang nonprofesional selesai dalam 32 hari. Berapa lama pekerjaan itu dapat diselesaikan oleh 3 orang profesional dan 6 orang nonprofesional?
4. Tukarkanlah hasil kerja Anda dengan hasil kerja teman Anda untuk saling memberikan komentar dan penilaian atas tugas No. 1 tersebut!

DAFTAR PUSTAKA

Abrahamson, B dan Gray, MC. 1971. *The Art of Algebra*. Adeleide: Rigby Limited.

Angel, A.R. dan Porter, S. R. (1985). *A Survey of Mathematics with Application, 2ed edition*. Reading: Addison Wesley Publishing Company. pp 208 – 214.

Arya,J. C. dan Lardner, R. W. 1981. *Mathematical Analysis for Business and Economics.* Englewood Cliffs, New Jersey: Prentice Hall, Inc.

Auvil, D. L. dan Poluga, C.P. 1984. *Elementary Algebra, Second Edition.* Reading, Massachusetts: Addison Wesley Publishing Company.

Booth, L.R. 1984. *Algebra: Children's Strategies and Errors. Report of The Strategies and Errors in Secondary Mathematics Project*. Windsor, Berkshire: The NFER-NELSON Publishing Company Ltd.

Butler, CH. dan Wren, FL. 1960. *The Teaching of Secondary Mathematics.* New York: Mc Graw Hill-Book Company.

Cooney, TJ, Davis, EJ, dan Henderson, KB. 1975. *Dynamics of Teaching Secondary School Mathematics.* New Jersey: Houghton Miffin Company

Flanders, H dan Price, J. J. 1981. *Algebra.* Phipadelphia: Saunders College Pucblishing.

Gellert, W. et al (Editors). 1975. *The VNR Concise Encyclopedia of Mathematics*. London: Van Nostrand Reinhold Company.

Jacobs. H. R. 1970. *Mathematics. a Human Endeavor.* San Francisco: Freeman and Company

Johnson, D. A. dan Rising, G. R. 1972. *Guidelines for Teaching Mathematics. 2nd ed.* Belmont, California: Wadsworth Publishing Company, Inc.

Keedy, M.L. et al. 1984. *Algebra and Trigonometry.* Reading: Addison Wesley Publishing Company.

Keedy, M.L. et al. 1986. *Algebra and Trigonometry, Teacher edition.* Reading: Addison Wesley Publishing Company.

Mueller, F.J. 1981. *Introductory Algebra, 4th edition.* Reading: Addison Wesley Publishing Company.

Orton, A. 1987. *Learning Mathematics: Issues, Theory, and Classroom Practice.* Westminster, London: Cassel Educational Limited.

Williams, J. H (Consultant Editor). 1992. *Algebra-1. Application and Connection.* Westerville, OH: Merril Publishing Company.

Zuckerman, M.M. 1982. *Intermediate Algebra. a Straightforward Approach. 2nd ed.* New York: John Wiley & Sons.

Lampiran 1:

KUNCI/PETUNJUK LATIHAN/TUGAS

Latihan/Tugas 1

1. Jika pengertiannya tidak paham maka akan menimbulkan kerancuan, sehingga dalam penyusunan model matematika akan membingungkan.
2. Pada intinya, di SMP umumnya domain variabel adalah bilangan. Bilangan dapat berupa banyaknya, jarak, bilangan yang menunjukkan waktu tempuh, dan sebagainya. Di tingkat menengah atas, variabel dapat berupa kalimat, misalnya dalam logika.
3. Dengan domain apel, contoh gambaran penjumlahan $2a + 3b$, misalnya 2 kotak apel digabungkan dengan 3 karung apel, dapat disubstitusi dan dicari jumlah seluruhnya. Misalkan jika setiap kotak berisi 50 buah apel dan setiap karung berisi 20 buah apel, maka jumlah seluruhnya $2 \times 50 + 3 \times 30 = 190$ buah apel.
4. Lihat kembali penjelasan pada Bab II.

Latihan/Tugas 2

1. Dapat diselesaikan juga, tetapi lebih sulit karena akan muncul bentuk aljabar memuat pecahan, salah satu sumber kesalahan siswa.
2. Menyusun langkah-langkah penyelesaian soal pada Contoh 1 dengan memilih variabel a sebagai umur anak 3 tahun mendatang dan umur bapaknya 3 tahun mendatang dalam $3a$.

   Salah satu bagian langkah:

	4 tahun yang lalu	sekarang	3 tahun mendatang
anak	$a - 7$	$\leftarrow\ a - 3$	$\leftarrow a$
bapak	$3a - 7$	$\leftarrow\ 3a - 3$	$\leftarrow 3a$

3. Situasi seperti pada Contoh 1. Jika seperti misalnya umur ayahnya t tahun mendatang sekian tahun lebih dari sekian kali umur anaknya, atau semacam itu, model hanya dengan satu variabel lebih sulit disusun.

Latihan/Tugas 3

1. ps = perbandingan senilai; bp = bukan perbandingan senilai

   a. ps b. ps c. ps d. bp e. bp f. ps

   g ps h. ps i. bp j. bp k. bp l. bp

2. Yang merupakan kejadian perbandingan berbalik nilai: a dan h.

3. Tabel (alternatif) – perbandingan senilai

Lebar potongan (cm)		Luas potongan (cm^2)
10	$\longleftrightarrow$	800
20	$\longleftrightarrow$	1600
30	$\longleftrightarrow$	2400
40	$\longleftrightarrow$	3200
50	$\longleftrightarrow$	4000
$\vdots$		$\vdots$
x	$\longleftrightarrow$	$80x$

4. a. tidak b. ya c. ya d. tidak e. tidak
5. Rp. 16.000,00
6. 162 km
7. pukul 10.00 lebih $54,\overline{54}$ menit
8. telah meluap
9. 12 hari
10. 15 orang
11. 4 orang nonprofesional

Lampiran 2:

Kunci/Alternatif Jawaban (Tugas Akhir)

No. 1 (sampel)

1. $a = b + 3$	6. $t \leq 3000$	11. $p - t \geq 5$
2. $a = m - 2$	7. $p = 3w + 12$	12. $a = g - 30000$
3. $t = w - 5000$	8. $t \geq 165$	13. $3u = 2a - 30000$
4. $x - 5 = 7$	9. $a = u - 4$	14. $a = 2r$
5. $8x \geq 56$	10. $t \leq 28$	15. $a = \frac{2}{3} m$

No. 2 (contoh/alternatif)

Pada hari Rabu, seorang petani dan anaknya membawa pulang hasil panenannya, masing-masing 10 kg lebih dari yang mereka bawa sehari sebelumnya. Lima kali beban anak sama dengan dua kali beban yang dibawa bapaknya. Hari Senin sebelumnya, yang mereka bawa masing-masing 11 kg kurang dari yang mereka bawa pada hari Selasa, dengan beban bapak 7 kali beban yang dibawa anaknya. Berapa kg hasil panen yang mereka bawa masing-masing pada hari Selasa?

Jawab (sebagian langkah awal)

Alternatif 1

Misalkan pada hari Selasa, beban anak *a* kg dan beban bapak *b* kg, maka situasinya dapat digambarkan sebagai berikut:

Membuat diagram/sketsa situasi berdasar beban hari Selasa

	Senin	Selasa	Rabu
anak	$a - 11$	a	$a + 10$
bapak	$b - 11$	b	$b + 10$

Ada hubungan $b - 11 = 7(a - 11)$ dan $2(b + 10) = 5(a + 10)$ dan seterusnya sehingga hasil/beban yang dibawa pada hari Selasa: Anak membawa 18 kg dan Bapak membawa 60 kg.

Alternatif 2

Misalkan pada hari Senin, beban anak a kg dan beban bapak b kg, maka situasinya dapat digambarkan sebagai berikut:

Membuat diagram/sketsa situasi berdasar beban hari Selasa

	Senin	Selasa	Rabu
anak	a	$a + 11$	$a + 21$
bapak	$7a$	$7a + 11$	$7a + 21$

Ada hubungan $2(7a + 21) = 5(a + 21) \Leftrightarrow a = 7$

dan seterusnya sehingga hasil/beban yang dibawa pada hari Selasa: Anak membawa 18 kg dan Bapak membawa 60 kg.

No. 3 30 hari

Jalan Kaliurang Km 6, Sambisari, Condongcatur, Depok, Sleman, Yogyakarta
Kotak Pos 31 YKBS YOGYAKARTA 55281
Telepon (0274) 885725, 881717, Faksimili 885752
Web site p4tkmatematika.com
E-mail p4tkmatematika@yahoo.com