

2. Berikan contoh dari setiap matriks berikut!
- Matriks berordo  $2 \times 7$
  - Matriks berordo  $7 \times 2$
  - Matriks berordo  $5 \times 5$
  - Matriks berordo  $1 \times 4$
  - Matriks berordo  $4 \times 1$
  - Matriks identitas berordo  $5 \times 5$
  - Transpos matriks identitas berordo  $5 \times 5$

Bobot soal: 30

3. Tentukanlah  $x$ , jika  $A^t = B$ .

Bobot soal: 40

a.  $A = \begin{pmatrix} -2 & x-2 \\ 8 & -4 \end{pmatrix}$  dan  $B = \begin{pmatrix} -2 & 8 \\ \frac{1}{2} & -4 \end{pmatrix}$

b.  $A = \begin{pmatrix} 2 & p \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$  dan  $B = \begin{pmatrix} x+p & 3 \\ 4 & 1 \end{pmatrix}$

c.  $A = \begin{pmatrix} 8 & 1 \\ 0 & 40 \end{pmatrix}$  dan  $B = \begin{pmatrix} 2p & 0 \\ 1 & -4x \end{pmatrix}$

d.  $A = \begin{pmatrix} 1 & -6 \\ 8 & 0 \end{pmatrix}$  dan  $B = \begin{pmatrix} 1 & 3p \\ x-2p & 0 \end{pmatrix}$

## B. Operasi Hitung pada Matriks

### B.1. Penjumlahan dan Pengurangan Matriks

Niko Sentera dan Ucok mengikuti tes untuk membuat SIM C. Tes ini terdiri atas tes tertulis dan tes praktek. Hasil tes mereka ini tampak seperti pada tabel berikut.

Nama	Nilai Tes		Nilai Total
	Tertulis	Praktek	
Niko Sentera	4	4	8
Ucok	5	2	7

Penjumlahan tersebut dapat juga dilakukan dengan menggunakan matriks, yaitu sebagai berikut.

$$\begin{pmatrix} 4 \\ 5 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4+4 \\ 5+2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 \\ 7 \end{pmatrix}$$

Perhatikan bahwa kedua matriks yang dijumlahkan memiliki ordo yang sama. Hasil matriks yang diperoleh adalah matriks yang berordo sama, diperoleh dengan cara menjumlahkan elemen-elemen yang seletak.

Bagaimana dengan pengurangan matriks?

Pengurangan matriks juga dapat dilakukan jika ordo matriks yang akan dikurangkan sama. Hasil pengurangan matriks ini merupakan matriks yang berordo sama, diperoleh dengan cara mengurangkan elemen-elemen yang seletak.

## Contoh

Diketahui matriks-matriks berikut.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 4 & 2 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} -3 & 4 \\ -2 & 1 \\ 3 & 6 \end{pmatrix}, \text{ dan } C = \begin{pmatrix} 5 & -5 \\ -2 & 3 \\ 1 & -4 \end{pmatrix}$$

Tentukanlah:

- a.  $A + B$
- b.  $B + A$
- c.  $B + C$
- d.  $A - B$
- e.  $B - A$
- f.  $(A + B) + C$
- g.  $A + (B + C)$

Jawab:

$$\begin{aligned} \text{a. } A + B &= \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 4 & 2 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -3 & 4 \\ -2 & 1 \\ 3 & 6 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} 1+(-3) & -2+4 \\ 4+(-2) & 2+1 \\ -1+3 & 1+6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 & 2 \\ 2 & 3 \\ 2 & 7 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

$$\text{Jadi, } A + B = \begin{pmatrix} -2 & 2 \\ 2 & 3 \\ 2 & 7 \end{pmatrix}.$$

$$\begin{aligned} \text{b. } B + A &= \begin{pmatrix} -3 & 4 \\ -2 & 1 \\ 3 & 6 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 4 & 2 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} -3+1 & 4+(-2) \\ -2+4 & 1+2 \\ 3+(-1) & 6+1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 & 2 \\ 2 & 3 \\ 2 & 7 \end{pmatrix} \end{aligned}$$



$$\text{Jadi, } B + A = \begin{pmatrix} -2 & 2 \\ 2 & 3 \\ 2 & 7 \end{pmatrix}.$$

$$\begin{aligned} \text{c. } B + C &= \begin{pmatrix} -3 & 4 \\ -2 & 1 \\ 3 & 6 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 5 & -5 \\ -2 & 3 \\ 1 & -4 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} -3+5 & 4+(-5) \\ -2+(-2) & 1+3 \\ 3+1 & 6+(-4) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -4 & 4 \\ 4 & 2 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

$$\text{Jadi, } B + C = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -4 & 4 \\ 4 & 2 \end{pmatrix}.$$

$$\begin{aligned} \text{d. } A - B &= \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 4 & 2 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -3 & 4 \\ -2 & 1 \\ 3 & 6 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} 1-(-3) & -2-4 \\ 4-(-2) & 2-1 \\ -1-3 & 1-6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & -6 \\ 6 & 1 \\ -4 & -5 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

$$\text{Jadi, } A - B = \begin{pmatrix} 4 & -6 \\ 6 & 1 \\ -4 & -5 \end{pmatrix}.$$

$$\begin{aligned} \text{e. } B - A &= \begin{pmatrix} -3 & 4 \\ -2 & 1 \\ 3 & 6 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 4 & 2 \\ -1 & -1 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} -3-1 & 4-(-2) \\ -2-4 & 1-2 \\ 3-(-1) & 6-1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 & 6 \\ -6 & -1 \\ 4 & 5 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

$$\text{Jadi, } B - A = \begin{pmatrix} -4 & 6 \\ -6 & -1 \\ 4 & 5 \end{pmatrix}.$$

$$f. (A + B) + C = \begin{pmatrix} -2 & 2 \\ 2 & 3 \\ 2 & 7 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 5 & -5 \\ -2 & 3 \\ 1 & -4 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} -2+5 & 2+(-5) \\ 2+(-2) & 3+3 \\ 2+1 & 7+(-4) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & -3 \\ 0 & 6 \\ 3 & 3 \end{pmatrix}$$

$$\text{Jadi, } (A + B) + C = \begin{pmatrix} 3 & -3 \\ 0 & 6 \\ 3 & 3 \end{pmatrix}.$$

$$g. A + (B + C) = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 4 & 2 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -4 & 4 \\ 4 & 2 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 1+2 & -2+(-1) \\ -2+(-1) & 2+4 \\ -1+4 & 1+2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & -3 \\ -3 & 6 \\ 3 & 3 \end{pmatrix}$$

$$\text{Jadi, } A + (B + C) = \begin{pmatrix} 3 & -3 \\ 0 & 6 \\ 3 & 3 \end{pmatrix}.$$

## Asah Kompetensi 2

1. Diketahui matriks-matriks berikut.

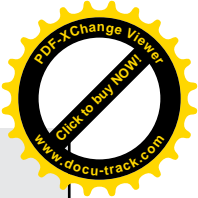
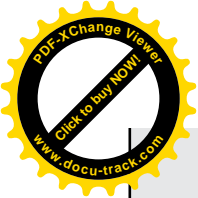
$$A = \begin{pmatrix} -3 & 1 \\ 0 & -3 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} -1 & 4 \\ -2 & 5 \end{pmatrix}, \text{ dan } C = \begin{pmatrix} -2 & -1 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$$

Tentukanlah:

- |                |                      |
|----------------|----------------------|
| a. $A + B$     | f. $B - C$           |
| b. $B + A$     | g. $A + B + C$       |
| c. $(B + C)^t$ | h. $(A - B) - C$     |
| d. $(C + B)^t$ | i. $A - (B - C)$     |
| e. $(A - B)^t$ | j. $A^t - (B - C)^t$ |

2. Diketahui matriks-matriks berikut.

$$D = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 2 \\ -1 & 0 & -3 \end{pmatrix}, E = \begin{pmatrix} 0 & -4 & -2 \\ -1 & -2 & -3 \end{pmatrix}, \text{ dan } F = \begin{pmatrix} -2 & -3 & -4 \\ 2 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$



Tentukanlah:

- |                  |                  |
|------------------|------------------|
| a. $(D + E) + F$ | f. $D + (E - F)$ |
| b. $(E + F) + D$ | g. $(F + E) - D$ |
| c. $(D - E) + F$ | h. $(D - F) + E$ |
| d. $D - (E + F)$ | i. $D - (E + F)$ |
| e. $D - (E - F)$ | j. $(D + F) - E$ |

3. Diketahui  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ , dan  $C = \begin{pmatrix} 5 & 2 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$

Tentukanlah  $(A + C) - (A + B)$

Proyek Perintis 1979

4. Hitunglah:

$$\begin{pmatrix} 2a_1 & b_1 - 3 & c_1 + 2 \\ a_2 + 2 & b_2 + 4 & 2c_2 \\ 3a_3 & 2b_3 + 1 & c_3 - 4 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 3a_1 - 1 & 2b_1 + 4 & c_1 + 1 \\ 3a_2 + 4 & b_2 - 3 & c_2 + 4 \\ 3 - a_3 & 1 - b_3 & 2c_3 \end{pmatrix}$$

5. Diketahui:

$$P = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 5 & 6 & 7 \end{pmatrix}, Q = \begin{pmatrix} 6 & 3 & 7 \\ 4 & 4 & 6 \\ 5 & 3 & 8 \end{pmatrix}, \text{ dan } R = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$$

Jika mungkin, selesaikanlah operasi matriks berikut ini. Jika tidak, berikan alasannya!

- |                  |                  |
|------------------|------------------|
| a. $(P + Q) - R$ | c. $P + (Q - R)$ |
| b. $(P - Q) + R$ | d. $P - (Q + R)$ |

## B.2. Perkalian Bilangan Real dengan Matriks

Setelah Kita mempelajari penjumlahan dua dan tiga matriks. Sekarang, lakukan penjumlahan matriks  $A$  berordo  $i \times j$  secara berulang sebanyak  $n$  kali.

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1j} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2j} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{i1} & a_{i2} & \cdots & a_{ij} \end{pmatrix}$$

maka:

$$A + A + \cdots + A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1j} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2j} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{i1} & a_{i2} & \cdots & a_{ij} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1j} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2j} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{i1} & a_{i2} & \cdots & a_{ij} \end{pmatrix} + \cdots + \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1j} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2j} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{i1} & a_{i2} & \cdots & a_{ij} \end{pmatrix}$$



$$nA = \begin{pmatrix} \underbrace{a_{11} + a_{11} + \dots + a_{11}}_n & \underbrace{a_{12} + a_{12} + \dots + a_{12}}_n & \dots & \underbrace{a_{1j} + a_{1j} + \dots + a_{1j}}_n \\ \underbrace{a_{21} + a_{21} + \dots + a_{21}}_n & \underbrace{a_{22} + a_{22} + \dots + a_{22}}_n & \dots & \underbrace{a_{2j} + a_{2j} + \dots + a_{2j}}_n \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ \underbrace{a_{i1} + a_{i1} + \dots + a_{i1}}_n & \underbrace{a_{i2} + a_{i2} + \dots + a_{i2}}_n & \dots & \underbrace{a_{ij} + a_{ij} + \dots + a_{ij}}_n \end{pmatrix}$$

$$nA = \begin{pmatrix} na_{11} & na_{12} & \dots & na_{1j} \\ na_{21} & na_{22} & \dots & na_{2j} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ na_{i1} & na_{i2} & \dots & na_{ij} \end{pmatrix}$$

Dari uraian ini, kita dapat menarik kesimpulan sebagai berikut.

Jika  $A$  sebuah matriks dan  $k$  bilangan real maka hasil kali  $kA$  adalah matriks yang diperoleh dengan mengalikan masing-masing elemen matriks  $A$  dengan  $k$ .

## Contoh

Diketahui matriks-matriks berikut.

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 2 \\ 4 & 1 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & -3 \\ 7 & 5 \end{pmatrix}$$

Tentukanlah:

- |                |             |                   |
|----------------|-------------|-------------------|
| a. $A + A + A$ | d. $-B$     | f. $2(3A)$        |
| b. $3A$        | e. $3A - B$ | g. $(2 \cdot 3)A$ |
| c. $3B$        |             |                   |

Jawab:

$$\text{a. } A + A + A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 2 \\ 4 & 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 2 \\ 4 & 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 2 \\ 4 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 & 3 \\ 9 & 6 \\ 12 & 3 \end{pmatrix}$$

$$\text{Jadi, } A + A + A = \begin{pmatrix} 6 & 3 \\ 9 & 6 \\ 12 & 3 \end{pmatrix}.$$

$$\text{b. } 3A = 3 \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 2 \\ 4 & 1 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 3 \cdot 2 & 3 \cdot 1 \\ 3 \cdot 3 & 3 \cdot 2 \\ 3 \cdot 4 & 3 \cdot 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 & 3 \\ 9 & 6 \\ 12 & 3 \end{pmatrix}$$

$$\text{Jadi, } 3A = \begin{pmatrix} 6 & 3 \\ 9 & 6 \\ 12 & 3 \end{pmatrix}.$$

$$\text{c. } 3B = 3 \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & -3 \\ 7 & 5 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 3 \cdot 0 & 3 \cdot 1 \\ 3 \cdot 2 & 3 \cdot (-3) \\ 3 \cdot 7 & 3 \cdot 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 3 \\ 6 & -9 \\ 21 & 15 \end{pmatrix}$$

$$\text{Jadi, } 3B = \begin{pmatrix} 0 & 3 \\ 6 & -9 \\ 21 & 15 \end{pmatrix}.$$

$$\text{d. } -B = (-1)B = (-1) \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & -3 \\ 7 & 5 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} -1 \cdot 0 & -1 \cdot 1 \\ -1 \cdot 2 & -1(-3) \\ -1 \cdot 7 & -1 \cdot 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -2 & 3 \\ -7 & -5 \end{pmatrix}$$

$$\text{Jadi, } -B = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -2 & 3 \\ -7 & -5 \end{pmatrix}.$$

$$\text{e. } 3A - B = 3A + (-B)$$

$$= \begin{pmatrix} 6 & 3 \\ 9 & 6 \\ 12 & 3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -2 & 3 \\ -7 & -5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 & 2 \\ 7 & 9 \\ 5 & -2 \end{pmatrix}$$

$$\text{Jadi, } 3A - B = \begin{pmatrix} 6 & 2 \\ 7 & 9 \\ 5 & -2 \end{pmatrix}.$$

$$\begin{aligned} \text{f. } 2(3A) &= 2 \begin{pmatrix} 6 & 3 \\ 9 & 6 \\ 12 & 3 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} 2 \cdot 6 & 2 \cdot 3 \\ 2 \cdot 9 & 2 \cdot 6 \\ 2 \cdot 12 & 2 \cdot 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 12 & 6 \\ 18 & 12 \\ 24 & 6 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

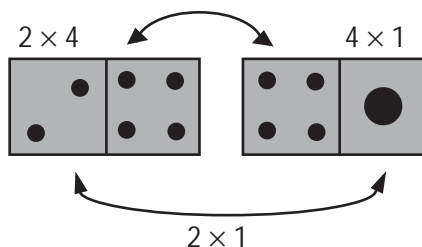
$$\text{Jadi, } 2(3A) = \begin{pmatrix} 12 & 6 \\ 18 & 12 \\ 24 & 6 \end{pmatrix}.$$

$$\begin{aligned} \text{g. } (2 \cdot 3)A &= 6A = 6 \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 2 \\ 4 & 1 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} 6 \cdot 2 & 6 \cdot 1 \\ 6 \cdot 3 & 6 \cdot 2 \\ 6 \cdot 4 & 6 \cdot 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 12 & 6 \\ 18 & 12 \\ 24 & 6 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

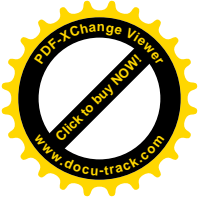
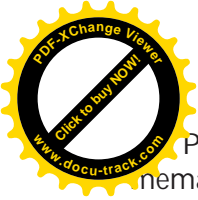
$$\text{Jadi, } (2 \cdot 3)A = \begin{pmatrix} 12 & 6 \\ 18 & 12 \\ 24 & 6 \end{pmatrix}.$$

### B. 3. Perkalian Dua Matriks

Pernahkah kita bermain domino? Bagaimanakah memasangkan kartu-kartu dalam permainan domino? Agar selebar kartu domino dapat dipasangkan dengan kartu domino yang lain, jumlah mata bagian kanan kartu tersebut harus sama dengan jumlah mata bagian kiri kartu pasangannya.







Prinsip pemasangan kartu domino ini dapat kita gunakan untuk memahami perkalian dua matriks, yaitu sebuah matriks  $A$  dapat dikalikan dengan matriks  $B$  jika banyak kolom matriks  $A$  sama dengan banyak baris matriks  $B$ . Adapun elemen-elemen matriks hasil kali ini adalah jumlah dari hasil kali elemen-elemen pada baris matriks  $A$  dengan elemen-elemen pada kolom matriks  $B$ .

$$A_{m \times p} \times B_{p \times n} = C_{m \times n}$$

*ordo hasil perkalian*

$$A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \text{ dan } B = \begin{pmatrix} e & f \\ g & h \end{pmatrix}$$

$$A \times B = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} e & f \\ g & h \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ae+bg & af+bh \\ ce+dg & cf+dh \end{pmatrix}$$

## Contoh

Diketahui matriks-matriks berikut.

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 6 & 5 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 7 & 8 \end{pmatrix}, \text{ dan } C = \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ -3 & -4 \end{pmatrix}$$

Tentukanlah:

- a.  $AB$
- b.  $BA$
- c.  $AC$
- d.  $AB + AC$
- e.  $A(B + C)$

Jawab:

a.  $AB = \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 6 & 5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 7 & 8 \end{pmatrix}$

$$= \begin{pmatrix} 3 \cdot 1 + 4 \cdot 7 & 3 \cdot 2 + 4 \cdot 8 \\ 6 \cdot 1 + 5 \cdot 7 & 6 \cdot 2 + 5 \cdot 8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 31 & 38 \\ 41 & 52 \end{pmatrix}$$

Jadi,  $AB = \begin{pmatrix} 31 & 38 \\ 41 & 52 \end{pmatrix}$ .

b.  $BA = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 7 & 8 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 6 & 5 \end{pmatrix}$

$$= \begin{pmatrix} 1 \cdot 3 + 2 \cdot 6 & 1 \cdot 4 + 2 \cdot 5 \\ 7 \cdot 3 + 8 \cdot 6 & 7 \cdot 2 + 8 \cdot 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 15 & 14 \\ 69 & 52 \end{pmatrix}$$

Jadi,  $BA = \begin{pmatrix} 15 & 14 \\ 69 & 68 \end{pmatrix}$ .

$$\begin{aligned} \text{c. } AC &= \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 6 & 5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ -3 & -4 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} 3 \cdot (-1) + 4 \cdot (-3) & 3 \cdot (-2) + 4 \cdot (-4) \\ 6 \cdot (-1) + 5 \cdot (-3) & 6 \cdot (-2) + 5 \cdot (-4) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -15 & -22 \\ -21 & -32 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

$$\text{Jadi, } AC = \begin{pmatrix} -15 & -22 \\ -21 & -32 \end{pmatrix}.$$

$$\text{d. } AB + AC = \begin{pmatrix} 31 & 38 \\ 41 & 52 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -15 & -22 \\ -21 & -32 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 16 & 16 \\ 20 & 20 \end{pmatrix}$$

$$AB + AC = \begin{pmatrix} 16 & 16 \\ 20 & 20 \end{pmatrix}$$

$$\text{Jadi, } AB + AC = \begin{pmatrix} 16 & 16 \\ 20 & 20 \end{pmatrix}.$$

$$\begin{aligned} \text{e. } A(B + C) &= \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 6 & 5 \end{pmatrix} + \left( \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 7 & 8 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ -3 & -4 \end{pmatrix} \right) \\ &= \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 6 & 5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 4 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 16 & 16 \\ 20 & 20 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

$$\text{Jadi, } A(B + C) = \begin{pmatrix} 16 & 16 \\ 20 & 20 \end{pmatrix}.$$

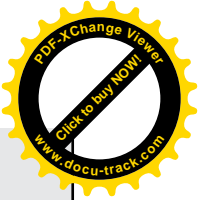
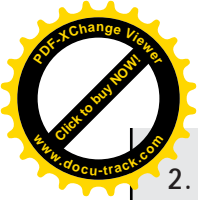
### Asah Kompetensi 3

1. Diketahui matriks-matriks berikut.

$$K = \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}, \quad L = \begin{pmatrix} 11 & 30 \\ -4 & -11 \end{pmatrix}, \quad \text{dan } M = \begin{pmatrix} 3 & -5 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$$

Tentukanlah:

- |               |                     |
|---------------|---------------------|
| a. $KL$       | i. $(KL)M$          |
| b. $LK$       | j. $K(LM)$          |
| c. $KM$       | k. $-4(KM)$         |
| d. $MK$       | l. $(-4K)M$         |
| e. $KL + KM$  | m. $-4(M^t K^t)$    |
| f. $K(L + M)$ | n. $((-4M^t)K^t)^t$ |
| g. $LK + MK$  | o. $(K(L + M))^t$   |
| h. $(L + M)K$ | p. $((L + M)K)^t$   |



2. Diketahui matriks-matriks berikut.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 \\ -1 & 0 & 4 \\ 5 & 4 & -3 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 \\ -1 & 0 & 4 \\ 5 & 4 & -3 \end{pmatrix}$$

Tentukanlah matriks  $C$  yang memenuhi  $3C - 2A = B$ .

3. Diketahui matriks-matriks berikut.

$$A = \begin{pmatrix} a & 4 \\ 2b & 3c \end{pmatrix} \text{ dan } B = \begin{pmatrix} 2c - 3b & 2a + 1 \\ a & b + 7 \end{pmatrix}$$

Tentukanlah nilai  $c$  agar  $A = 2B^t$ !

4. Tentukan nilai  $x$  yang menyebabkan perkalian matriks berikut menghasilkan matriks nol.

$$(1 \quad x) \begin{pmatrix} 6 & -2 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ x \end{pmatrix}$$

Contoh-contoh dan latihan yang telah Kita kerjakan menggambarkan sifat-sifat operasi hitung matriks.

Jika setiap matriks berikut dapat dioperasikan di mana  $a$  adalah konstanta, maka berlaku sifat-sifat berikut.

- $P + Q = Q + P$
- $(P + Q) + R = P + (Q + R)$
- $P(Q + R) = PQ + PR$
- $(P + Q)R = PR + QR$
- $P(Q - R) = PQ - PR$
- $(P - Q)R = PR - QR$
- $a(P + Q) = aP + aQ$
- $a(P - Q) = aP - aQ$
- $(a + b)P = aP + bP$
- $(a - b)P = aP - bP$
- $(ab)P = a(bP)$
- $a(PQ) = (aP)Q = P(aQ)$
- $(PQ)R = P(QR)$



## ASAH KEMAMPUAN

Waktu : 60 menit

1. Diketahui matriks-matriks berikut.

**Bobot soal: 20**

$$A = \begin{pmatrix} 1 & a+b \\ b & c \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} a-1 & 0 \\ -c & d \end{pmatrix}, \text{ dan } C = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$$

Jika  $A + B^t = C^2$ , tentukan nilai  $d$ .

2. Tentukanlah nilai  $a$  dan  $b$  yang memenuhi persamaan-persamaan berikut!

**Bobot soal: 20**

a.  $\begin{pmatrix} a & b \\ 3 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 6 & -5 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 12 & -27 \\ 14 & -23 \end{pmatrix}$

b.  $\begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 3 & a \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 2a+b & 7 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 15 \\ 7 & 20 \end{pmatrix}$

c.  $\begin{pmatrix} -1 & d \\ -b & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 4 & -5 \\ -3 & 7b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -4 & -3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2c & 1 \\ c & a+1 \end{pmatrix}$

3. Diketahui:  $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$

**Bobot soal: 60**

$$\begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 5 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} p \\ q \end{pmatrix}$$

Tentukanlah  $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ .

## Siapa Berani

Diketahui matriks-matriks berikut.

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 1 \\ 2 & -2 & 1 \end{pmatrix} \text{ dan } X = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}$$

- Perlihatkan bahwa persamaan  $AX = X$  dapat dinyatakan sebagai  $(A - I)X = 0$ . Kemudian, gunakan hasil ini untuk menentukan matriks  $X$ !
- Dengan cara yang sama, tentukanlah matriks  $Y$  yang memenuhi  $AY = 4Y$ !