

## BAB 24

### POTENSIAL LISTRIK

Apabila sebuah muatan uji positif  $q_0$  bergerak antara titik-titik A dan B didalam medan listrik  $E$  maka *perubahan energi potensial listrik* yang terjadi ialah

$$\Delta U = -q_0 \int_A^B E \, ds$$

Dari konsep energi potensial tersebut maka diperoleh *potensial listrik* yaitu

$$V = \frac{\Delta U}{q_0}$$

yang merupakan besaran skalar dengan satuannya *Joule/Coulomb*, dimana  $1 \text{ J/C} = 1 \text{ V}$ .

Sedangkan *beda potensial*  $\Delta V$  antara titik-titik A dan B dalam medan listrik  $E$  didefinisikan sebagai

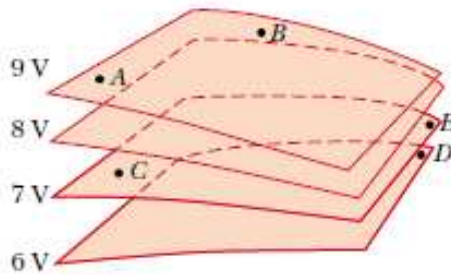
$$\Delta V = \frac{\Delta U}{q_0} = - \int_A^B E \, ds$$

Apabila medan listriknya serbasama maka beda potensial  $\Delta V$  antara titik-titik A dan B ialah

$$\Delta V = E d$$

dimana  $d$  adalah besarnya perpindahan muatan dalam arah sejajar terhadap arah medan  $E$ .

*Permukaan ekipotensial* ialah suatu tempat dimana pada setiap titik ditempat tersebut mempunyai potensial yang sama.



Gambar Empat buah permukaan ekuipotensial

Jika didefinisikan  $V = 0$  pada suatu jarak  $r_a = \infty$  maka besarnya potensial listrik yang diakibatkan oleh sebuah muatan titik pada jarak  $r$  dari muatan tersebut adalah

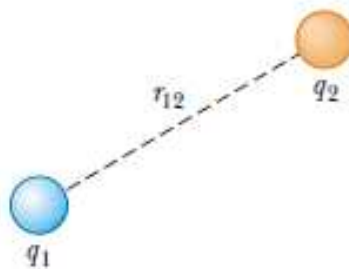
$$V = k \frac{q}{r}$$

Apabila terdapat sekelompok muatan titik maka potensial listriknya merupakan penjumlahan dari seluruh potensial masing-masing muatan titik.

**Energi potensial** dari sepasang muatan titik yang dipisahkan oleh jarak  $r_{12}$  ialah

$$U = k \frac{q_1 q_2}{r_{12}}$$

Pada hakikatnya, energi tersebut adalah kerja yang dibutuhkan untuk membawa sebuah muatan titik dari jarak tak berhingga ke jarak  $r_{12}$  dari pasangannya.



Jika potensial listrik diketahui sebagai fungsi koordinat  $x$ ,  $y$ , dan  $z$  maka komponen medan listrik dapat diperoleh sebagai negatif dari turunan potensial listrik terhadap sumbu koordinat. Sebagai contoh bahwa komponen  $x$  dari medan listrik  $E$  ialah

$$E_x = - \frac{dV}{dx}$$

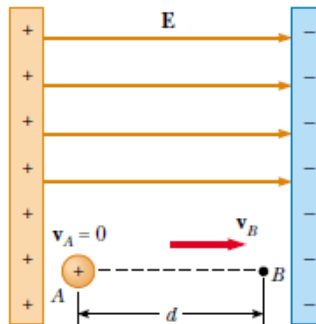
Potensial listrik yang diakibatkan oleh distribusi muatan kontinyu adalah

$$V = k \int \frac{dq}{r}$$

Diketahui bahwa permukaan sebuah konduktor bermuatan yang berada dalam keadaan setimbang elektrostatik akan selalu memiliki potensial listrik yang sama pada setiap titik di permukaannya. Pada bagian dalam konduktor tersebut potensialnya konstan dan besarnya sama seperti pada bagian permukaannya.

### SOAL-SOAL DAN PENYELESAIANNYA

1. Sebuah proton dilepaskan dari keadaan diam dan bergerak dalam medan listrik serbasama yang besarnya  $8 \times 10^4 \text{ V/m}$  dengan arah sejajar sumbu  $x$  positif.
  - (a) Tentukan beda potensial antara titik A dan titik B
  - (b) Tentukan perubahan energi potensial proton selama perpindahan  
(*Fundamental of Physics- Halliday*)



Jawab :

- (a) Oleh karena proton bermuatan positif dan bergerak searah medan maka dapat diduga bahwa ia akan bergerak ke daerah yang potensial listriknya lebih rendah.

$$\begin{aligned} \Delta V &= -Ed = - \left( 8 \times 10^4 \frac{\text{V}}{\text{m}} \right) (0.5 \text{ m}) \\ &= -4 \times 10^4 \text{ V} \end{aligned}$$

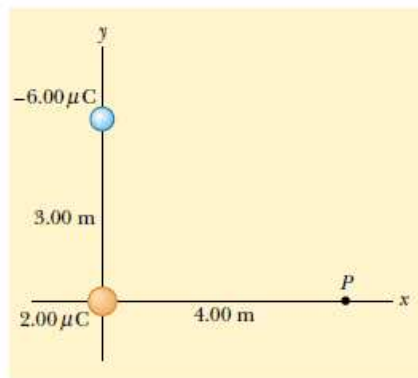
$$\begin{aligned}
 \text{(b) } \Delta U &= q_0 \Delta V = e \Delta V \\
 &= (1.6 \times 10^{-19} \text{ C}) (-4 \times 10^4 \text{ V}) \\
 &= -6.4 \times 10^{-15} \text{ Joule}
 \end{aligned}$$

Tanda negatif menunjukkan bahwa energi potensial proton berkurang selama bergerak searah medan listrik. Sebaliknya energi kinetik proton justru meningkat, dimana proton mengalami percepatan searah medan (ingat hukum kekekalan energi).

2. Muatan  $q_1 = 2 \mu\text{C}$  berada pada titik asal sumbu koordinat. Muatan  $q_2 = -6 \mu\text{C}$  berada pada titik  $(0, 3)$  m.
- (a) Tentukanlah potensial listrik total di titik P yang diakibatkan oleh muatan-muatan tersebut jika P berada di  $(4, 0)$  m.
- (b) Tentukan perubahan energi potensial dari sebuah muatan  $3\mu\text{C}$  yang datang dari jarak tak berhingga menuju titik P. (*Fundamental of Physics- Halliday*)

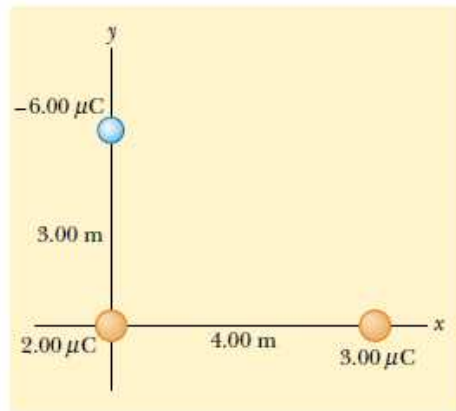
Jawab :

(a)



$$\begin{aligned}
 V_p &= k \left( \frac{q_1}{r_1} + \frac{q_2}{r_2} \right) \\
 &= \left( 9 \times 10^9 \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{C}^2} \right) \left( \frac{2 \times 10^{-6} \text{ C}}{4 \text{ m}} + \frac{-6 \times 10^{-6} \text{ C}}{5 \text{ m}} \right) = -6.29 \times 10^3 \text{ V}
 \end{aligned}$$

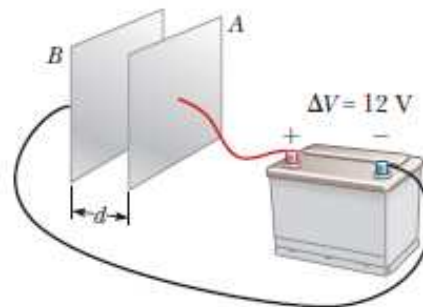
(b).



Jika muatan berada pada titik tak berhingga  $U_i = 0$ , dan ketika muatan ketiga tersebut berada pada titik P maka  $U_f = q_3 V_p$

$$\begin{aligned}\Delta U &= q_3 V_p - 0 \\ &= (3 \times 10^{-6} \text{ C}) (-6.29 \times 10^3 \text{ V}) = 18.9 \times 10^{-3} \text{ Joule}\end{aligned}$$

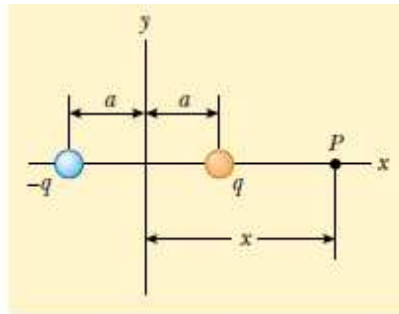
3. Sebuah baterai 12V dihubungkan antara dua buah plat paralel. Jarak pisah antara plat tersebut ialah  $d = 0.3 \text{ cm}$ , dan medan listriknya serbasama. Tentukanlah besar medan listrik tersebut. (*Physics for Scientist – Serway*)



Jawab :

$$E = \frac{|V_B - V_A|}{d} = \frac{12 \text{ V}}{0.3 \times 10^{-2} \text{ m}} = 4 \times 10^3 \text{ V/m}$$

4. Suatu dipol listrik yang terdiri dari dua muatan yang sama besar dan berlawanan jenis dipisahkan oleh jarak  $2a$ . Dipol terletak pada sumbu  $x$  (lihat gambar).
- (a) Hitunglah potensial listrik di titik P.
- (b) Hitunglah  $V$  dan  $E_x$  pada sebuah titik yang jauh dari dipol.
- (c) Hitunglah  $V$  dan  $E_x$  pada titik yang posisinya berada di antara dua muatan tersebut. (*Fundamental of Physics- Halliday*)



Jawab :

(a)

$$V = k \sum \frac{q_i}{r_i} = k \left( \frac{q}{x-a} - \frac{q}{x+a} \right) = \frac{2kqa}{x^2 - a^2}$$

(b)

Jika titik P sangat jauh dari dipol atau  $x \gg a$  maka  $a^2$  dapat diabaikan sehingga

$$V \approx \frac{2kqa}{x^2} \quad (x \gg a)$$

$$E_x = -\frac{dV}{dx} = \frac{4kqa}{x^3} \quad (x \gg a)$$

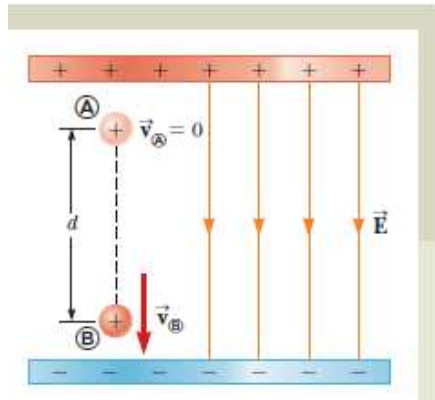
(c)

Jika titik P berlokasi diantara kedua muatan maka

$$V = k \sum \frac{q_i}{r_i} = k \left( \frac{q}{a-x} - \frac{q}{x+a} \right) = -\frac{2kqx}{x^2 - a^2}$$

$$E_x = -\frac{dV}{dx} = -\frac{d}{dx} \left( -\frac{2kqx}{x^2 - a^2} \right) = 2kq \left( \frac{-x^2 - a^2}{(x^2 - a^2)^2} \right)$$

5. Sebuah muatan positif bergerak dari keadaan diam dititik A dalam medan listrik serbasama yang besarnya  $8 \times 10^4 \text{ V/m}$ . Muatan berpindah ke titik B sejauh  $d = 0.5 \text{ m}$  searah  $\vec{E}$ . Tentukan kecepatan muatan positif tersebut setelah berpindah. (*Physics for Scientist – Serway*)



Jawab :

Beda potensial antara titik A dan titik B ialah

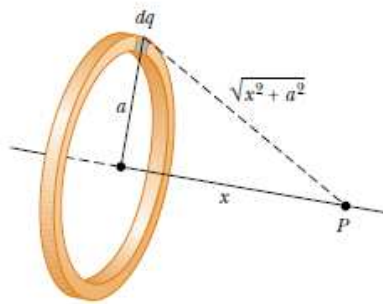
$$\Delta V = -E d = (8 \times 10^4 \text{ V/m})(0.5 \text{ m}) = -4 \times 10^4 \text{ V}$$

Selanjutnya hukum kekekalan energi :  $\Delta K + \Delta U = 0$

$$\left(\frac{1}{2}mv^2 - 0\right) + e \Delta V = 0$$

$$v = \sqrt{\frac{-2 e \Delta V}{m}} = \sqrt{\frac{-2 (1.6 \times 10^{-19} \text{ C})(-4 \times 10^4 \text{ V})}{1.67 \times 10^{-17} \text{ kg}}} \\ = 2.8 \times 10^6 \text{ m/s}$$

6. (a) Tentukanlah persamaan untuk potensial listrik  $V$  di titik P yang berada di pusat salib sumbu koordinat sebuah cincin bermuatan serbasama yang berjari  $a$  dan bermuatan total  $Q$ . (*Fundamental of Physics- Halliday*)



Jawab :

Anggaplah bidang cincin tegak lurus terhadap sumbu  $x$  dan pusat cincin berada di titik asal. Titik P berada pada jarak  $x$  dari pusat cincin dan elemen muatan  $dq$  berada pada jarak  $\sqrt{x^2 + a^2}$  dari titik P. Karena itu maka potensial dapat ditulis sebagai :

$$V = k \int \frac{dq}{r} = k \int \frac{dq}{\sqrt{x^2 + a^2}}$$

Selanjutnya dikarenakan setiap elemen  $dq$  mempunyai jarak yang sama dari titik P maka suku  $\sqrt{x^2 + a^2}$  dapat dikeluarkan dari tanda integral, sehingga :

$$V = \frac{k}{\sqrt{x^2 + a^2}} \int dq = \frac{k Q}{\sqrt{x^2 + a^2}}$$

(b) Tentukanlah persamaan untuk medan listrik  $E$  di titik P.  
(*Fundamental of Physics- Halliday*)

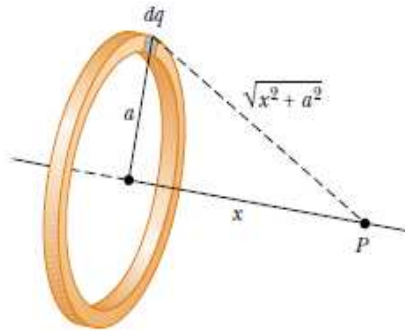
Jawab :

Berdasarkan azas kesimetrian maka dari gambar terlihat bahwa medan listrik  $E$  hanya mempunyai komponen dalam arah sumbu  $x$  saja.

$$\begin{aligned} E_x &= - \frac{dV}{dx} = -k Q \frac{d}{dx} (x^2 + a^2)^{-\frac{1}{2}} \\ &= -k Q \left( -\frac{1}{2} \right) (x^2 + a^2)^{-\frac{3}{2}} (2x) \\ &= \frac{k Q x}{(x^2 + a^2)^{\frac{3}{2}}} \end{aligned}$$



(c) Tentukanlah potensial listrik di pusat cincin. (*Fundamental of Physics- Halliday*)



Jawab :

$$V = \frac{k Q}{a}$$

Dikarenakan  $E_x = - dV / dx = 0$  pada pusat cincin maka  $V$  bisa berharga maksimum atau minimum. Kenyataannya  $V$  adalah maksimum.

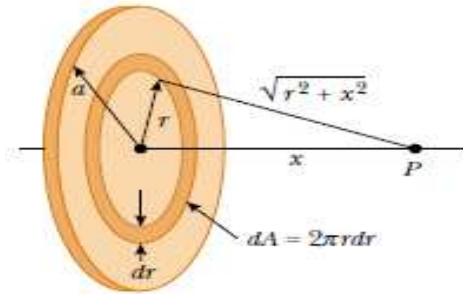
7. Tentukanlah

- (a) potensial listrik dan
- (b) medan listrik pada daerah sepanjang pusat salib sumbu koordinat sebuah cakram bermuatan serbasama yang berjari  $a$  dan memiliki rapat muatan permukaan  $\sigma$  (*Fundamental of Physics- Halliday*)

Jawab :

- (a) Pilih titik P berada pada jarak  $x$  dari pusat cakram, dan bidang cakram tegak lurus terhadap sumbu  $x$ . Selanjutnya persoalan dapat disederhanakan dengan cara membagi cakram menjadi sederetan cincin-cincin kecil. Setiap cincin mempunyai potensial listrik  $V = \frac{k Q}{\sqrt{x^2 + a^2}}$ .

Tinjaulah sebuah cincin yang berjari  $r$  dan lebarnya  $dr$  seperti gambar berikut.



Luas permukaan cincin ialah

$$dA = 2\pi r dr$$

Dari definisi rapat muatan permukaan diketahui bahwa muatan pada cincin ialah

$$dq = \sigma dA = \sigma 2\pi r dr$$

Maka potensial listrik di titik P akibat cincin ini ialah

$$dV = \frac{k dq}{\sqrt{r^2 + x^2}} = \frac{k \sigma 2\pi r dr}{\sqrt{r^2 + x^2}}$$

Selanjutnya potensial listrik total di titik **P** ialah jumlah dari potensial semua cincin yang membentuk cakram, yang berarti mengintegrasikan **dV** dari **r = 0** sampai ke **r = a**.

$$V = \pi k \sigma \int_0^a \frac{2 r dr}{\sqrt{r^2 + x^2}} = \pi k \sigma \int_0^a (r^2 + x^2)^{-1/2} 2 r dr$$

Integral di atas berbentuk  $u^n du$  dan mempunyai solusi berupa

$$\frac{u^{n+1}}{n+1} =$$

dimana **n = -1/2** dan  $u = r^2 + x^2$

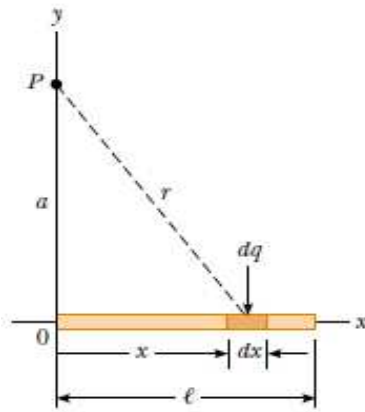
sehingga :  $V = 2\pi k \sigma [(x^2 + a^2)^{1/2} - x]$

(b) Medan listrik pada setiap titik ialah

$$E_x = - \frac{dV}{dx} = 2\pi k \sigma \left( 1 - \frac{x}{\sqrt{x^2 + a^2}} \right)$$

8. Sebuah batang yang panjangnya **l** terletak sepanjang sumbu **x** memiliki muatan total **Q** dan rapat muatan linier serbasama  $\lambda = Q / l$ . Tentukanlah

potensial listrik di titik P yang berlokasi pada sumbu  $y$  sejauh  $a$  dari titik asal sumbu koordinat. (*Fundamental of Physics- Halliday*)



Jawab :

Elemen panjang  $dx$  memiliki muatan  $dq = \lambda dx$ . Oleh karena elemen  $dx$  tersebut berjarak sejauh  $r = \sqrt{x^2 + a^2}$  dari titik P, maka potensial listrik di titik P akibat elemen  $dx$  ini ialah

$$dV = k \frac{dq}{r} = k \frac{\lambda dx}{\sqrt{x^2 + a^2}}$$

Untuk memperoleh potensial total di P ialah dengan mengintegrasikan persamaan di atas dengan batas  $x = 0$  sampai  $x = l$ . Dengan menganggap  $k$  dan  $l$  konstanta maka didapat :

$$V = k \lambda \int_0^l \frac{dx}{\sqrt{x^2 + a^2}} = k \frac{Q}{l} \int_0^l \frac{dx}{\sqrt{x^2 + a^2}}$$

Integral di atas merupakan bentuk integral tentu, yang solusinya seperti berikut ini

$$\int \frac{dx}{\sqrt{x^2 + a^2}} = \ln \left( x + \sqrt{x^2 + a^2} \right)$$

Sehingga diperoleh

$$V = \frac{k Q}{l} \ln \left( \frac{l + \sqrt{l^2 + a^2}}{a} \right)$$

- Sebuah bola pejal yang terisolasi berjari  $R$  memiliki rapat muatan volume positif yang serbasama dimana total muatannya  $Q$ .

- (a) Tentukan potensial listrik pada titik diluar bola, yaitu untuk  $r > R$ .  
Anggaplah potensial menjadi nol pada  $r = \infty$ .
- (b) Tentukan potensial listrik pada titik dibagian dalam bola, yaitu untuk  $r < R$ .  
(*Fundamental of Physics- Halliday*)

Jawab :

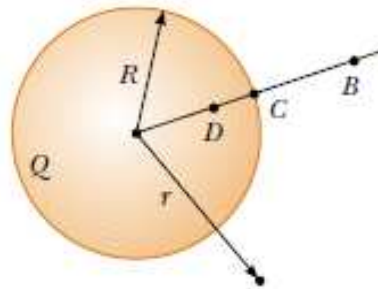
- (a) Besar medan listrik dibagian luar bola bermuatan serbasama ialah

$$E_r = k \frac{Q}{r^2} \quad (\text{untuk } r > R)$$

dimana medan berarah radial keluar dari muatan Q positif. Maka potensial listrik pada suatu titik dibagian luar bola seperti di titik B (lihat gambar) ialah

$$V_B = - \int_{\infty}^r E_r dr = -k Q \int_{\infty}^r \frac{dr}{r^2}$$

$$V_B = k \frac{Q}{r} \quad (\text{untuk } r > R)$$



Oleh karena potensial harus kontinyu pada  $r = R$  maka potensial pada titik di permukaan bola, seperti di titik C, adalah

$$V_C = k \frac{Q}{R} \quad (\text{untuk } r = R)$$

- (b) Sebelumnya telah diperoleh nilai medan listrik di dalam sebuah bola bermuatan serbasama yang terisolasi, yaitu

$$E_r = k \frac{Q}{R^3} r \quad (\text{untuk } r < R)$$

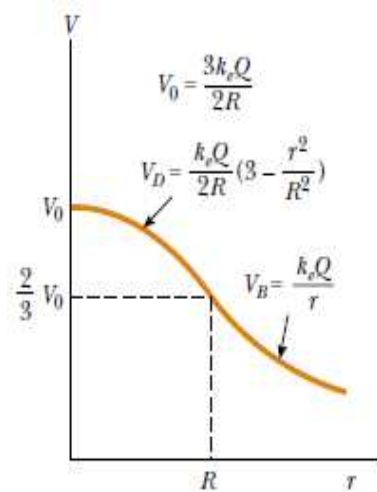
Maka diperoleh beda potensial  $V_D - V_C$  pada bagian dalam titik D, yaitu

$$V_D - V_C = - \int_R^r E_r dr = -k \frac{Q}{R^3} \int_R^r r dr = \frac{kQ}{2R^3} (R^2 - r^2)$$

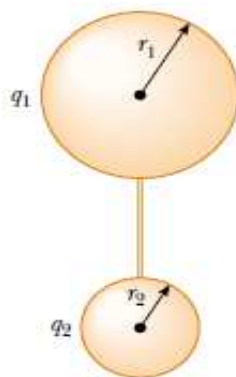
Selanjutnya dengan mengganti  $V_C = k \frac{Q}{R}$  dalam persamaan di atas

maka didapat  $V_D = \frac{k Q}{2R} \left( 3 - \frac{r^2}{R^2} \right)$

Grafik berikut memperlihatkan hubungan  $V$  terhadap  $r$  untuk distribusi muatan ini.



10. Dua buah bola konduktor berjari  $r_1$  dan  $r_2$  dipisahkan oleh jarak yang lebih besar daripada jari kedua bola. Kedua bola dihubungkan oleh suatu kawat penghantar. Muatan-muatan  $q_1$  dan  $q_2$  pada kedua bola merupakan muatan-muatan seragam yang berada dalam kesetimbangan. Tentukanlah perbandingan besarnya medan listrik pada permukaan ke dua bola tersebut. (*Fundamental of Physics- Halliday*)



Jawab :

Oleh karena kedua bola dihubungkan oleh kawat penghantar maka potensial listrik kedua bola harus sama besar.

$$V = k \frac{q_1}{r_1} = k \frac{q_2}{r_2}$$

Perbandingan muatan ialah

$$\frac{q_1}{q_2} = \frac{r_1}{r_2}$$

Besar medan listrik pada permukaan tiap bola ialah

$$E_1 = k \frac{q_1}{r_1^2} \text{ dan } E_2 = k \frac{q_2}{r_2^2}$$

Sehingga perbandingan kedua medan listrik tersebut ialah

$$\frac{E_1}{E_2} = \frac{r_2}{r_1}$$